



۱ عدد  $2^{2k} + 1$  به ازای کدام یک از مقادیر  $k$ ، عدد اول نیست؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ:  $2^{2k} + 1 = 2^{2 \times 3} + 1 = 2^6 + 1 = 64 + 1 = 65$  گزینه ۳

۲ به ازای کدام عدد طبیعی  $a$ ، عبارت مقابل عدد اول است؟

$$2a^2 + 1$$

- ۷ (۱) ۱۲ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$2a^2 + 1 = 2 \times 3^2 + 1 = 2 \times 9 + 1 = 19$$

۳ تعداد همگی شمارنده‌های  $2^3 \times 5 \times 7^2$  برابر است با:

- ۷ (۱) ۲۴ (۲) ۷۰ (۳) ۳ (۴)

پاسخ:  $2^3 \times 5 \times 7^2 = (2+1) \times (5+1) \times (7+1) = 24$  گزینه ۲

۴ چند عدد طبیعی مختلف می‌توان به جای  $a$  و  $b$  قرار داد به طوری که:

$$(a \neq b) a^b = b^a$$

- یک (۱) دو (۲) سه (۳) هیچ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$a = 2, b = 4 \Rightarrow a^b = b^a \Rightarrow 2^4 = 4^2 \Rightarrow 16 = 16$$

$$a = 4, b = 2 \Rightarrow a^b = b^a \Rightarrow 4^2 = 2^4 \Rightarrow 16 = 16$$

۵

کدام یک از عبارت‌های زیر همواره منفی است؟

$$(x \neq 0)$$

- ۱ (۱)  $-x$  ۲ (۲)  $\frac{1}{x^2}$  ۳ (۳)  $-x^2$  ۴ (۴)  $-x^3$

پاسخ: گزینه ۳

۱)  $-x$  مثبت می‌شود  $\rightarrow$  اگر  $x < 0$  باشد  $\rightarrow$  در  $-x$

۲)  $\frac{1}{x^2}$  مثبت می‌شود  $\rightarrow$  اگر  $x < 0$  یا  $x > 0$  باشد  $\rightarrow$  در  $\frac{1}{x^2}$

۳)  $-x^2$  منفی می‌شود  $\rightarrow$  اگر  $x < 0$  یا  $x > 0$  باشد  $\rightarrow$  در  $-x^2$

۴)  $-x^3$  مثبت می‌شود  $\rightarrow$  اگر  $x < 0$  باشد  $\rightarrow$  در  $-x^3$

۶ کدام یک از پاسخ‌های زیر به حاصل  $11^2 + 9^2$  نزدیک‌تر است؟

- ۲۰ + ۲۰ (۱) ۲۰ + ۸۰ (۲) ۱۲۰ + ۲۰ (۳) ۱۲۰ + ۸۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\left. \begin{array}{l} 11^2 = 121 \\ 9^2 = 81 \end{array} \right\} \Rightarrow 11^2 + 9^2 = 121 + 81$$

حاصل  $۸۱ + ۱۲۱$  به حاصل  $۸۰ + ۱۲۰$  نزدیک تر است.

۷ از اعداد زیر کدام یک هم مجذور و هم مکعب است؟

(۱) ۲۷

(۲) ۶۴

(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۰۰۰

پاسخ: گزینه ۲

$$۶۴ = ۸^۲ \rightarrow \text{مربع ۸ است}$$

$$۶۴ = ۴^۳ \rightarrow \text{مکعب ۴ است}$$

۸ کدام یک از عبارت‌های زیر برابر  $a^۳b^۲$  است؟

(۱)  $a \times a \times b \times b \times b$

(۲)  $a \times b \times a \times a \times b$

(۳)  $a + a \times a + b + b$

(۴)  $a + a + a + b + b$

پاسخ: گزینه ۲

$$a \times b \times a \times a \times b = a \times a \times a \times b \times b = a^۳ \times b^۲ = a^۳b^۲$$

۹ اگر عدد  $x$  عددی بین صفر و یک باشد، کدام گزینه از همه کوچک تر است؟

(۱)  $x^۱$

(۲)  $x^{۱۰}$

(۳)  $x^{۱۰۰}$

(۴)  $x^{۱۰۰۰}$

پاسخ: گزینه ۴ می‌دانیم اعداد بین صفر تا یک هرچه توانشان بزرگ تر شود، حاصلشان کوچک تر می‌شود پس داریم:

$$x^{۱۰۰۰} < x^{۱۰۰} < x^{۱۰} < x^۱$$

۱۰ نسبت مجذور به مکعب عدد  $a$  برابر است با:

(۱)  $a$

(۲) ۱

(۳)  $\frac{1}{a}$

(۴)  $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} \text{مجزور } a &= a^۲ \\ \text{مکعب } a &= a^۳ \end{aligned} \Rightarrow \frac{\text{مجزور}}{\text{مکعب}} = \frac{a^۲}{a^۳} = \frac{\cancel{a^۲}}{\cancel{a^۲} \times a} = \frac{1}{a}$$

۱۱ کدام یک از گزینه‌ها از بقیه بزرگ تر است؟

(۱)  $۸^۲$

(۲)  $۲^۵$

(۳)  $۴^۳$

(۴)  $۳^۵$

پاسخ: گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} ۸^۲ &= (۲^۳)^۲ = ۲^۶ = ۶۴ \\ ۲^۵ &= ۳۲ \\ ۴^۳ &= (۲^۲)^۳ = ۲^۶ = ۶۴ \\ ۳^۵ &= ۲۴۳ \end{aligned} \right\} \Rightarrow ۳^۵ \text{ از بقیه بزرگ تر}$$

۱۲ اگر  $k$  نشان دهنده‌ی عددی منفی باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر، نشان دهنده‌ی عددی مثبت است؟

(۱)  $k^۲$

(۲)  $k^۳$

(۳)  $۲k$

(۴)  $\frac{k}{۲}$

پاسخ: گزینه ۱ توان های زوج علامت پایه را از بین می‌برند. پس  $k^۲$  همواره + است.

۱۳ اگر  $۰ < a < ۱$  و  $n$  عددی زوج و مثبت باشد، کدام عدد از همه بزرگ تر است؟

(۱)  $a^n$

(۲)  $a^{n-۱}$

(۳)  $a^{n+۱}$

(۴)  $-a$

پاسخ: گزینه ۴ حل سؤال با فرض یک مثال: فرض کنید داریم  $a = -۰٫۳$  و  $n = ۲$  داریم:

$$-(-۰٫۳) = +۰٫۳, \quad (-۰٫۳)^{۲+۱} = -۰٫۰۲۷, \quad (-۰٫۳)^{۲-۱} = -۰٫۳, \quad (-۰٫۳)^۲ = ۰٫۰۹$$

مشخص است که  $۰٫۹ > ۰٫۳$  می باشد.

۱۴  $a^{1^0}$  چند برابر  $(-a)^{1^0}$  است؟

- (۱) ۱ (۲) ۰ (۳) -۱ (۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۱ می دانیم توان زوج، منفی پایه را از بین می برد بنابراین  $a^{1^0} = (-a)^{1^0}$  پس نسبت  $a^{1^0} = (-a)^{1^0}$  برابر است با یک.

۱۵ مقدار عددی کدام عبارت همواره منفی است؟

- (۱)  $-x$  (۲)  $-x^2$  (۳)  $-x^3$  (۴) هر سه مورد

پاسخ: گزینه ۲  $x^2$  همواره مثبت است پس اگر قرینه شود، همواره منفی می شود.

۱۶ اگر  $-۲۰ < a < -۱$  باشد، کدام عدد از همه بزرگ تر است؟  $n$  عدد طبیعی زوج و  $a$  عدد صحیح است.

- (۱)  $a^n$  (۲)  $-a$  (۳)  $a^{n+3}$  (۴)  $a^{n-1}$

پاسخ: گزینه ۱ مثال عددی می زنیم. فرض کنید  $a = -۳$  و  $n = ۲$  باشد داریم:

$$\begin{aligned} (-۳)^{2-1} &= -۳, & (-۳)^{2+3} &= -۲۴۳ \\ -(-۳) &= ۳, & (-۳)^2 &= +۹ \end{aligned}$$

۱۷ اگر  $a^2 < a$  باشد حدود  $a$  کدام است؟

- (۱)  $۰ < a < ۱$  (۲)  $-۱ < a < ۱$  (۳)  $-۱ < -a < ۰$  (۴)  $a > ۱$

پاسخ: گزینه ۱ اگر  $-۱ < a < +۱$  باشد، توان مثال بالاتر از خود آن کوچکتر هستند ولی چون توان زوج از خود عدد کوچکتر شده، پس  $a$  منفی نیست.

۱۸ بین  $۲^5$  و  $-۲^5$  چند عدد طبیعی وجود دارد؟

- (۱)  $۲^6$  (۲)  $۲^5$  (۳)  $۲^5 - ۱$  (۴)  $۲^5 + ۱$

پاسخ: گزینه ۳

$$-۲^5 = -۳۲ < \underbrace{1, 2, 3, \dots, 31}_{\text{تا } 31 = 2^5 - 1} < ۲^5 = ۳۲$$

۱۹ کدام رابطه درست است؟

- (۱)  $(-۳)^2 = -۳^2$  (۲)  $(-۱)^3 > (-۱)^2$  (۳)  $(-\frac{1}{2})^3 > -\frac{1}{2}$  (۴)  $(\frac{2}{3})^2 > \frac{2}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

گزینه ۱ نادرست است زیرا:

$$9 = (-3)^2 \neq -3^2 = -9$$

گزینه ۲ نادرست است زیرا:

$$-1 < 1$$

گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$-\frac{1}{8} > -\frac{1}{2}$$

گزینه ۴ نادرست است زیرا:

$$\frac{4}{9} < \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

۲۰ سعید در یک ساختمان سه واحدی زندگی می‌کند. در هر واحد ۳ اتاق و در هر اتاق ۳ فرش و روی هر فرش ۳ میز و روی هر میز ۳ سیب قرار دارد. تعداد کل سیب‌ها در این ساختمان چند تا است؟

$$3^6 \quad (4)$$

$$3^5 \quad (3)$$

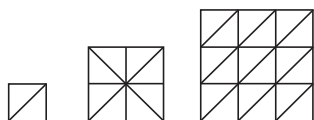
$$3^4 \quad (2)$$

$$3^3 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 تعداد سیب    تعداد میز    تعداد فرش    تعداد اتاق    تعداد واحد



۲۱ تعداد مثلث‌های کوچک (همنهشت) در شکل  $n$ ام چند تا است؟

$$2n^2 - 1 \quad (2)$$

$$n^2 - 1 \quad (1)$$

$$(2n)^2 \quad (4)$$

$$2n^2 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳ الگوی  $2n^2$  صحیح است زیرا:

$$(1) \text{ شکل} \rightarrow 2 \times 1^2 = 2 \times 1 = 2$$

$$(2) \text{ شکل} \rightarrow 2 \times 2^2 = 2 \times 4 = 8$$

$$(3) \text{ شکل} \rightarrow 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$$

$$(n) \text{ شکل} \rightarrow 2 \times n^2$$

۲۲ اگر یک سلول در هر ثانیه به ۵ سلول تقسیم شود. بعد از ۵ ثانیه به چند سلول تقسیم می‌شود؟

$$5 \quad (4)$$

$$5^5 \quad (3)$$

$$5^2 \quad (2)$$

$$2^5 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

سلول ۵ = ثانیه اول

$$\text{سلول دوم} = 5 \times 5 = 5^2$$

$$\text{سلول سوم} = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$$

$$\text{سلول چهارم} = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

$$\text{سلول پنجم} = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$$

۲۳ مکعب کدام یک از اعداد زیر چهار برابر مربعش است؟

$$1 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

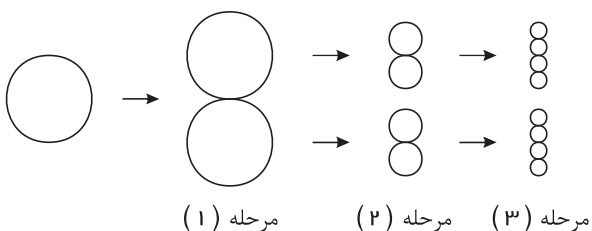
$$2 \quad (2)$$

$$16 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$4 \times 16 = 64 \Rightarrow 64 = 4^3 \text{ , } 4 \times 4 = 16 \text{ , } 4^2 = 16 \text{ مربع عدد } 4$$

۲۴ شکل زیر، تقسیم سلول‌ها را نمایش می‌دهد. در مرحله ی دهم، چند سلول به وجود می‌آید؟



$$2^{10} \quad (1)$$

$$10^2 \quad (2)$$

$$10^{10} \quad (3)$$

$$20 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱ به ترتیب عبارتند از:

مرحله‌ی ۱۰ ، ... ، مرحله‌ی سوم ، مرحله‌ی دوم ، مرحله‌ی ۱

↓ ↓ ↓ ↓  
 $2^{10}$  , ... ,  $2^3$  ,  $2^2$  ,  $2^1$

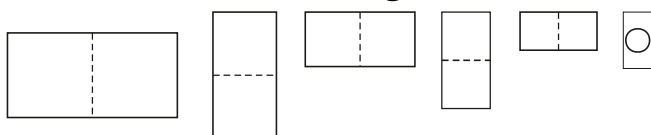
۲۵ شخصی خبری را شنید، او روز بعد، خبر را به ۳ نفر دیگر گفت. این ۳ نفر روز بعد هر کدام خبر را به ۳ نفر دیگر گفتند و به همین ترتیب، این خبررسانی ادامه پیدا کرد. در پایان روز دهم چند نفر باخبر شدند؟

۱)  $3^0$       ۲)  $10^3$       ۳)  $3^{10}$       ۴)  $3^{30}$

پاسخ: گزینه ۳

روز دهم      .....      روز سوم      روز دوم      روز اول  
 $3 \times 3 \times \dots \times 3$        $3 \times 3 \times 3$        $3 \times 3$       ۳  
 ۱۰ بار

۲۶ دیان، یک کاغذ را از وسط تا کرد. سپس کاغذ تا شده را، مجدداً از وسط تا کرده و این کار را ۳ بار دیگر نیز تکرار کرد، پس از آن روی کاغذ تا شده، یک سوراخ ایجاد کرد پس از باز کردن تاهای کاغذ، چند سوراخ دیده می‌شود؟



۱) ۳۲

۲) ۲۰

۳) ۱۶

۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۱ اگر از تای کاغذ آخر، کاغذ را باز کرده و به عقب برگردیم، تعداد سوراخ‌ها مرحله به مرحله برابر است با:

$32 = 2^5$  سوراخ ،  $8 = 2^3$  سوراخ ،  $4 = 2^2$  سوراخ ،  $2$  سوراخ → تعداد سوراخ‌ها  
 ↓ ↓ ↓ ↓  
 باز کردن تای پنجم باز کردن تای سوم باز کردن تای دوم باز کردن یک تا

۲۷ در یک آزمایشگاه، سلول‌ها، هر ۳ ساعت، به ۲ سلول تقسیم می‌شوند. کدام گزینه در مورد تعداد سلول‌ها پس از گذشت یک

ماه ۳۰ روزه درست است؟

۱)  $2^3$       ۲)  $2^{30}$       ۳)  $2^{720}$       ۴)  $2^{240}$

پاسخ: گزینه ۴

$240 = 720 \div 3 \Rightarrow$  کل ساعات ماه  $720 = 24 \times$  ساعت  $30$  روز

یعنی در مدت یک ماه  $240$  تا  $3$  ساعت داریم و چون هر ۳ ساعت سلول‌ها ۲ برابر می‌شوند داریم:

$2^{240}$  , ... ,  $2^3$  ,  $2^2$  ,  $2^1$  → تعداد سلول‌ها

پس از ۳ ساعت دویست و چهارم و ... و پس از ۳ ساعت سوم و پس از ۳ ساعت دوم و پس از ۳ ساعت اول → گذشت زمان

۲۸ اگر کاغذی به ضخامت  $3 \times 10^{-3}$  میلی‌متر از وسط تا کنیم و این کار را ۱۰ بار انجام دهیم، ضخامت به‌وجود آمده برحسب میلی‌متر، چقدر می‌شود؟

۱)  $31,72$       ۲)  $30,72$       ۳)  $3,172$       ۴)  $3,072$

پاسخ: گزینه ۲ پس از ۱۰ بار تا،  $2^{10}$  کاغذ داریم به ضخامت  $3 \times 10^{-3}$  که روی هم، ضخامت را تشکیل می‌دهند. بنابراین می‌توان نوشت:

$2^{10} \times 3 \times 10^{-3} = 1024 \times 3 \times 10^{-3} = 3,072 \text{ mm}$

۲۹ عدد بعدی در الگوی ؟، ۶۴، ۲۷، ۸، ۱ کدام است؟

۱) ۱۲۸      ۲) ۱۲۵      ۳) ۱۲۱      ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۲

$$1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3 = 125$$

۳۰ چه عددی را باید به جای «؟» گذاشت؟ ۳, ۹, ۲۷, ۸۱, ؟

$$243 \quad (1)$$

$$90 \quad (2)$$

$$103 \quad (3)$$

$$143 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5 = 243$$

۳۱ در دنباله‌ی مختصاتی زیر، به جای  $\square$  کدام عدد را باید قرار داد؟

$$125 \quad (1)$$

$$175 \quad (2)$$

$$225 \quad (3)$$

$$325 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 25 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 \\ 64 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 \\ 121 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 \\ \square \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 25 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 \\ 64 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 \\ 121 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 \\ 225 \end{bmatrix} \rightarrow \square = 15^2$$

۳۲ یک توپ هربار که به زمین برخورد می‌کند، به اندازه‌ی ۹۰٪ ارتفاع قبلاش، بالا می‌جهد. اگر این توپ را از ارتفاع  $a$  متریبه سمت زمین، رها کرده باشیم، کدام الگوی زیر، ارتفاع این توپ را از زمین پس از برخورد  $n$ ام، نشان می‌دهد؟

$$a \times \frac{90}{100} \quad (1)$$

$$a^n \times \frac{90}{100} \quad (2)$$

$$a \times \left(\frac{90}{100}\right)^n \quad (3)$$

$$\left(a \times \frac{90}{100}\right)^n \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$a \times \overbrace{\frac{90}{100} \times \frac{90}{100} \times \dots \times \frac{90}{100}}^n = a \times \left(\frac{90}{100}\right)^n$$

۳۳ هیزم‌شکنی در جنگل، چوبی را از وسط می‌شکند. سپس دو قسمت ایجاد شده را روی هم گذاشته و مجدداً از وسط می‌شکند.

او این عمل را تکرار می‌کند کدام الگوی زیر، تعداد قطعات ایجاد شده را پس از  $n$ امین بار به درستی نشان می‌دهد؟

$$n^2 \quad (1)$$

$$2n \quad (2)$$

$$n^n \quad (3)$$

$$2^n \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{array}{ccccccc} & & & n \text{ امین بار} & & & \\ & & & \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{n \text{ بار}} & & & \\ \dots & & & & & & \\ \text{دومین بار} & & & & & & \\ 2 & & & & & & \\ \text{اولین بار} & & & & & & \end{array}$$

۳۴ امیرعلی باید مسافتی را طی می‌کرد. او در دقیقه‌ی اول،  $\frac{1}{5}$  مسیر را طی کرد و در هر دقیقه‌ی دیگر،  $\frac{1}{5}$  باقی‌مانده‌ی مسیر را

طی کرد.

پس از  $n$  دقیقه، هنوز  $a$  متر باقی‌مانده بود. کل مسیر، چند متر بوده است؟ کدام الگو مناسب این سؤال است؟

$$a \times \left(\frac{5}{4}\right)^n \quad (1)$$

$$a \times \left(\frac{1}{5}\right)^n \quad (2)$$

$$a \times 5^n \quad (3)$$

$$a \times \left(\frac{4}{5}\right)^n \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱ در انتهای مسیر،  $\frac{4}{5}$  باقی‌مانده است که اگر  $a$  متر باقی‌مانده را بر ۴ تقسیم کرده و در ۵ ضرب کنیم، یعنی  $a \times \frac{5}{4}$ ،  $\frac{4}{5}$ ام طی نشده در

مرحله‌ی یکی مانده به آخر به دست می‌آید، اگر همین عمل را تکرار کنیم، کل مسیر به دست می‌آید. یعنی داریم:

$$\underbrace{\left( \left( \left( a \times \frac{5}{4} \right) \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{5}{4} \right) \right)}_{n \text{ مرتبه}} = a \times \left( \frac{5}{4} \right)^n$$

۳۵ اگر روز اول یک ماه ۳۰ روزه،  $a$  تومان پس انداز کنید و هر روز دیگر، ۲ برابر روز قبل، پس انداز کنید، کدام الگوی زیر، فقط پول پس انداز شده در روز آخر ماه را محاسبه می کند؟

$2 \times a^{30}$  (۱)     
  $2^{29} \times a$  (۲)     
  $2^{30} \times a$  (۳)     
  $30 \times a^{30}$  (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$\underbrace{2^0 \times a}_{\text{روز اول}}, \underbrace{2^1 \times a}_{\text{روز دوم}}, \underbrace{2^2 \times a}_{\text{روز سوم}}, \dots, \underbrace{2^{29} \times a}_{\text{روز ۳۰ام}}$$

۳۶ باکتری ای به نام  $A$  وجود دارد که هر ساعت به ۳ باکتری جدید  $A$  تبدیل می شود و خودش از بین می رود. اگر در ابتدا ۳ باکتری  $A$  وجود داشته باشد، پس از ۲۴ ساعت چند باکتری  $A$  وجود خواهد داشت؟

$3^{24}$  (۱)     
  $3^{12 \times 24}$  (۲)     
  $3^{12 \times 25}$  (۳)     
  $3^{25}$  (۴)

پاسخ: گزینه ۴

در هر ساعت تعداد باکتری ها ۳ برابر ساعت قبل می شود بنابراین:

$$\begin{aligned}
 3 \times 3 &= 3^2 = \text{تعداد باکتری ها در ساعت اول} \\
 3 \times 3^2 &= 3^3 = \text{تعداد باکتری ها در ساعت دوم} \\
 3 \times 3^3 &= 3^4 = \text{تعداد باکتری ها در ساعت سوم} \\
 &\vdots \\
 3 \times 3^{24} &= 3^{25} = \text{تعداد باکتری ها در ساعت ۲۴ام}
 \end{aligned}$$

۳۷ بزرگ ترین عدد طبیعی  $n$  را طوری به دست آورید که  $n^{40} > 3^{24}$  باشد؟

$6$  (۱)     
  $7$  (۲)     
  $8$  (۳)     
  $9$  (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$3^{24} > n^{40} \rightarrow (2^5)^{24} > n^{40} \rightarrow 2^{120} > n^{40} \rightarrow (2^3)^{40} > n^{40} \rightarrow 2^3 > n \rightarrow n = 7$$

۳۸ اگر ترتیبی از اعداد ۱ تا ۴ را با  $a, b, c$  و  $d$  نمایش دهیم به نحوی که  $a^b + c^d$  حداکثر مقدار را بدهد، حداکثر مقدار برابر خواهد شد با:

$66$  (۱)     
  $75$  (۲)     
  $82$  (۳)     
  $83$  (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$3^4 + 2^1 = 81 + 2 = 83$$

۳۹ دنباله ای از اعداد را با شروع از عدد ۱ ایجاد می کنیم به این صورت که عدد دوم برابر ۳ باشد و پس از آن هر عدد برابر است با نسبت عدد ماقبل آخر به عدد آخر. عدد دوازدهم برابر است با:

$3^{-10}$  (۱)     
  $3^{89}$  (۲)     
  $3^{10}$  (۳)     
  $3^{-12}$  (۴)

پاسخ: گزینه ۲

دنباله اعداد به صورت زیر می باشد:

$$1, 3, 3^{-1}, 3^2, 3^{-3}, 3^5, 3^{-8}, 3^{13}, 3^{-21}, 3^{34}, 3^{-55}, 3^{89}$$

۴۰ کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

$$\textcircled{1} (-2)^3 > (-1)^3 \quad \textcircled{2} (-2)^4 < (-3)^4 \quad \textcircled{3} (-1)^9 > (-2)^2 \quad \textcircled{4} (-3)^4 > (-4)^3$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} (-1)^3 &= -1 \\ (-2)^3 &= -8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -1 > -8, \quad \left. \begin{aligned} (-2)^4 &= 16 \\ (-3)^4 &= 81 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 81 > 16,$$

$$\left. \begin{aligned} (-1)^9 &= -1 \\ (-2)^2 &= 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4 > -1, \quad \left. \begin{aligned} (-3)^4 &= 81 \\ (-4)^3 &= -64 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 81 > -64$$

۴۱ عدد  $2^{16}$  با کدام گزینه برابر است؟

$$\textcircled{1} 4^8 \quad \textcircled{2} 4^4 \quad \textcircled{3} 8^2 \quad \textcircled{4} 8^4$$

پاسخ: گزینه ۱

$$2^{16} = 2^8 \times 2^8 = (2 \times 2)^8 = 4^8$$

۴۲ مکعب حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\left( \frac{32 \div 2}{4} \right) \times 2 \quad \textcircled{1} 2^9 \quad \textcircled{2} 2^6 \quad \textcircled{3} 4^6 \quad \textcircled{4} 2^3$$

پاسخ: گزینه ۱

$$\left( \frac{32 \div 2}{4} \right) \times 2 = \frac{16}{4} \times 2 = 4 \times 2 = 8 = 2^3 \xrightarrow{\text{مکعب}} (2^3)^3 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 = 2^{3+3+3} = 2^9$$

۴۳ اگر کاغذی به ضخامت  $0.3$  میلی متر را از وسط تا کنیم و این کار را  $10$  بار انجام دهیم، ضخامت به وجود آمده، برحسب میلی متر چقدر می شود؟

$$\textcircled{1} 31.72 \quad \textcircled{2} 30.72 \quad \textcircled{3} 3.172 \quad \textcircled{4} 3.072$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{با اولین بار تا زدن کاغذ} = 0.3 \times 2$$

$$\text{با دومین بار تا زدن کاغذ} = 0.3 \times 2^2 = 0.3 \times 4$$

$$\text{با دهمین بار تا زدن کاغذ} = 0.3 \times 2^{10} = 0.3 \times 1024$$

$$= 307.2 \text{ میلی متر}$$

۴۴ یک نجار می خواهد یک الوار را به  $2048$  قطعه مساوی تقسیم کند. حداقل و حداکثر تعداد دفعه هایی که باید از اره برقی اش استفاده کند، به ترتیب چقدر است؟

$$\textcircled{1} 2047 \text{ و } 10 \quad \textcircled{2} 2047 \text{ و } 11 \quad \textcircled{3} 2048 \text{ و } 11 \quad \textcircled{4} 2048 \text{ و } 10$$

پاسخ: گزینه ۲ برای اینکه نجار کمترین تعداد برش ها را داشته باشد، بعد از هر برش قطعه ها را روی هم گذاشته و مجدد برش می زند، با این روش

تعداد قطعه ها در مرحله  $m$ ام،  $2^m$  تا است. برای اینکه نجار  $2048 = 2^{11}$  قطعه ایجاد کند باید  $2^{11}$  یعنی  $n = 11$  برش بزند. حداکثر تعدادبرش های نجار  $2047$  تا است. چون وقتی نجار هر قطعه را به صورت تکی، برش می زند به تعداد یکی کمتر از برش ها، قطعه ایجاد می شود.۴۵ چند درصد از اعداد  $1, 2, 3, \dots, 10000$  مربع کامل هستند؟

$$\textcircled{1} 1\% \quad \textcircled{2} 5\% \quad \textcircled{3} 10\% \quad \textcircled{4} 50\%$$

پاسخ: گزینه ۱ عددی مربع کامل هستند که بعد از تجزیه به شمارنده اول، توان هر یک از شمارنده های اول آن ها زوج ها باشد:

$$1 = (1)^2 = 1, 2, 3, 4 = 2^2, 5, 6, \dots, 9 = 3^2, \dots, (100)^2 = 10000$$



پس در ۱۰۰۰۰ عدد، صد عدد مربع کامل وجود دارد. پس:

$$\frac{100}{10000} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 1\%$$

۴۶ اگر  $-20 < a < -1$  باشد، کدام عدد از همه بزرگتر است؟ ( $n$  عدد طبیعی زوج و  $a$  عدد صحیح است).

$$a^n \quad (1) \quad -a \quad (2) \quad a^{n+3} \quad (3) \quad a^{n-1} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱ در عبارت  $-20 < a < -1$ ، تمام عددهای صحیح مانند:  $-2, -3, \dots, -19$  می‌تواند باشد، چون  $n$  عدد زوج است، پس  $a^n$  یک عدد صحیح مثبت است که از خود  $a$  و قرینه آن بزرگتر است. توجه کنیم که  $(n+3)$  و  $(n-1)$  عددهای زوج نیستند و هر عدد منفی به توان فرد برسد، حاصل آن منفی است.

۴۷ در عبارت  $x = 3^{2k} + 6$  مقدار  $k$  چقدر باشد تا  $x$  یک عدد اول شود؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad -2 \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4)$$

گزینه ۴: پاسخ

$$3^{2k} + 6 = 3^{2 \times 0} + 6 = 3^0 + 6 = 1 + 6 = 7$$

۴۸ بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد  $a = 3^3$  و  $b = 2^3 \times 3^3 \times 5$  برابر است با:

$$27 \quad (1) \quad 15 \times 15 \quad (2) \quad 45 \quad (3) \quad 14 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱ ب.م.م دو عدد عبارت است از عامل‌های مشترک با کوچک‌ترین توان.

$$(a, b) = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

۴۹ حاصل  $3 - (-2^2 + (+3)^2) \div (-3^2 + (-2)^2) \times ((-2)^2 + (-1)^{1390})$  کدام است؟

$$+8 \quad (4) \quad +6 \quad (3) \quad -4 \quad (2) \quad \text{صفر} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$3 - \underbrace{(-2 \times 2 + 3 \times 3)}_{-4} \div \underbrace{(-3 \times 3 + 2 \times 2)}_{-9} \times (4 + 1) = 3 - \underbrace{(+5) \div (-5)}_{-1} \times 5$$

$$= 3 - \underbrace{(-1) \times 5}_{-5} = 3 + 5 = 8$$

۵۰ حاصل عبارت  $(-1)^1 \times 1 + (-1)^2 \times 2 + (-1)^3 \times 3 + \dots + (-1)^{100} \times 100$  برابر است با:

$$+50 \quad (4) \quad -50 \quad (3) \quad +100 \quad (2) \quad -100 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$\underbrace{-1 + 2}_{+1} - \underbrace{3 + 4}_{+1} + \underbrace{5 + 6}_{+1} \dots + \underbrace{99 + 100}_{+1} = +50$$

۵۱ حاصل عبارت  $-4^2 + 5 \times 2^2 - 6 \times 1 - 4$  برابر است با:

$$+6 \quad (4) \quad -6 \quad (3) \quad 26 \quad (2) \quad 24 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\underbrace{-4 \times 4}_{-16} + \underbrace{5 \times 4}_{20} - \underbrace{6 \times 1}_{-6} - 4 \rightarrow -16 + 20 - 6 - 4 = -6$$

۵۲ حاصل عبارت  $8 - 8 \left[ -2^3 \times \left(-\frac{1}{4}\right)^3 + \frac{3}{2}(-2)^4 \right]$  کدام است؟

- ①  $-185$       ②  $-\frac{17}{8}$       ③  $+\frac{17}{8}$       ④  $+185$

پاسخ: گزینه ۱

$$8 - 8 \times \left[ \underbrace{-8 \times \frac{-1}{64}}_{+\frac{1}{8}} + \underbrace{\frac{3}{2} \times 16}_{24} \right] = 8 - 8 \times \frac{1}{8} - 8 \times 24 = 8 - 1 - 192 = -185$$

۵۳ حاصل عبارت  $5 - 4 \left[ 3 - 2(1 - 2)^4 + 3 \right] 4 - 5$  برابر است با:

- ①  $-4$       ②  $-64$       ③  $-128$       ④  $32$

پاسخ: گزینه ۲ می‌دانیم اولویت در اعمال ریاضی به ترتیب با پرانتز، توان، ضرب و تقسیم می‌باشد. پس:

$$5 - 4 \left[ 3 - 2(1 - 2)^4 + 3 \right] 4 - 5 = 5 - 4 \left[ 3 - 2(-1)^4 + 3 \right] 4 - 5 \\ = 5 - 4 \left[ 3 - 2 + 3 \right] 4 - 5 = 5 - 4(4) 4 - 5 = 5 - 64 - 5 = -64$$

۵۴ حاصل عبارت  $2 - 2 \times (-3 + 3 \times 4 - 2^2) + 2^3$  کدام است؟

- ①  $248$       ②  $256$       ③  $\text{صفر}$       ④  $258$

پاسخ: گزینه ۳

$$2 - 2 \times \left( \underbrace{-3 + 3 \times 4 - 4}_{12} \right) + 8 = 2 - 2 \times 5 + 8 = 0$$

۵۵ حاصل عبارت  $(0.3^3 - 0.2^3) \div (0.3^2 - 0.2^2) = \dots$  برابر است با:

- ①  $0.28$       ②  $0.38$       ③  $2.8$       ④  $3.8$

پاسخ: گزینه ۲

$$\underbrace{(0.3 \times 0.3 \times 0.3 - 0.2 \times 0.2 \times 0.2)}_{0.027} \div \underbrace{(0.3 \times 0.3 - 0.2 \times 0.2)}_{0.05} = 0.019 \div 0.05 \Rightarrow 0.38$$

۵۶ علامت حاصل عبارت  $(-2)^3 \div (+5)^3 \times (-3)^2 \times (-7)^5 \dots$

- ① منفی است      ② مثبت است      ③ نه مثبت و نه منفی است      ④ نمی‌توان تعیین کرد

پاسخ: گزینه ۱ باتوجه به این‌که توان زوج، پایه منفی را مثبت می‌کند و توان فرد تأثیری روی علامت عبارت ندارد، داریم:

$$-(-) \times (+) \times (+) \div (-) = + \div - = -$$

۵۷ حاصل عبارت  $-(-2)^4$  کدام است؟

- ①  $-16$       ②  $+16$       ③  $-8$       ④  $+8$

پاسخ: گزینه ۱

$$-(-2)^4 = -(+16) = -16$$

۵۸ قرینه‌ی معکوس  $(-\frac{2}{3})^2$  برابر است با:

①  $-\frac{4}{9}$

②  $-\frac{9}{4}$

③  $\frac{4}{9}$

④  $\frac{9}{4}$

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا حاصل خود عبارت  $(-\frac{2}{3})^2$  را به دست می آوریم. سپس معکوس و در نهایت قرینه می کنیم:

$$-(-\frac{2}{3})^2 = -(+\frac{4}{9}) = -\frac{4}{9} \xrightarrow{\text{قرینه}} -\frac{9}{4} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{9}{4}$$

۵۹ در جای خالی چند عدد حسابی می توان قرار داد به طوری که نامساوی روبه رو برقرار باشد؟

$$(\sqrt{2})^{\square} < 17$$

① ۷

② ۸

③ ۹

④ ۱۰

پاسخ: گزینه ۳ اگر به جای مربع اعداد ۰, ۱, ۲ و... ۸ را قرار دهیم (۹ عدد)، نامساوی برقرار است اما اگر از اعداد بزرگتر از ۸، استفاده کنیم، عبارت سمت چپ، عددی بزرگتر از ۱۷ می شود و نامساوی برقرار نمی باشد.

۶۰ همه نتیجه گیری های زیر، درست هستند، به جز

①  $(-\frac{1}{3})^4 = \frac{1}{3^4}$

②  $(-2)^4 = 4^2$

③  $\frac{2^3}{3} = \frac{8}{3}$

④  $6^2 - 3^2 = 3^2$

پاسخ: گزینه ۴ بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱:

$$(-\frac{1}{3})^4 = \frac{1^4}{3^4} = \frac{1^4}{3^4} = \frac{1}{3^4}$$

گزینه ۲:

$$(-2)^4 = 2^4 = 16 = 4^2$$

گزینه ۳:

$$\frac{2^3}{3} = \frac{8}{3}$$

گزینه ۴:

$$6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27 = 3^3$$

۶۱ مجموع مربعات دو عدد اول ۳۶۵ است. تفاضل آن دو عدد کدام است؟

① ۱۵

② ۱۷

③ ۱۹

④ ۲۱

پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{array}{l} \text{فرد} = \text{فرد} + \text{زوج} \\ \text{تتها عدد اول زوج : ۲} \\ \text{زوج : } (2)^2 \\ \text{فرد : } (2)^2 \end{array} \right\} \rightarrow 4 + 361 = 365$$

$$\sqrt{361} - \sqrt{4} = 19 - 2 = 17$$

۶۲ تعداد مقسوم علیه های مربع کامل عدد  $2^7 \times 3^6 \times 5^3 \times 7^2$  کدام است؟

① ۹

② ۲۴

③ ۶۴

④ ۱۲۸

پاسخ: گزینه ۳

مقسوم علیه هایی را در نظر می گیریم که توان عوامل اول آن ها عددی زوج باشد بنابراین حالات زیر را برای توان هر کدام از عوامل اول این عدد داریم:

| توان ۲ | توان ۳ | توان ۵ | توان ۷ |
|--------|--------|--------|--------|
| ۶      | ۶      | ۲      | ۲      |
| ۴      | ۴      | ۰      | ۰      |
| ۲      | ۲      |        |        |
| ۰      | ۰      |        |        |

$$۴ \times ۴ \times ۲ \times ۲ = ۶۴$$

۶۳ حاصل عبارت زیر به صورت عدد توان دار در کدام گزینه آمده است؟

$$۳^۷ + ۳۰^۷ \div ۱۰^۷ + (۳^۳ \times ۳^۴) = ?$$

۹<sup>۸</sup> (۴)۳<sup>۸</sup> (۳)۹<sup>۷</sup> (۲)۳<sup>۲۱</sup> (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$۳^۷ + \underbrace{۳۰^۷ \div ۱۰^۷}_{۳^۷} + \underbrace{(۳^۳ \times ۳^۴)}_{۳^۷} = ۳^۷ + ۳^۷ + ۳^۷ = ۳ \times ۳^۷ = ۳^۸$$

۶۴ حاصل عبارت زیر به کدام یک از اعداد صحیح زیر، نزدیک تر است؟

$$\frac{۳^۳ - ۴^۳}{۲^۵ - ۵^۲} = ?$$

-۷ (۴)

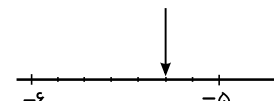
-۶ (۳)

-۵ (۲)

-۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{۳^۳ - ۴^۳}{۲^۵ - ۵^۲} = \frac{۲۷ - ۶۴}{۳۲ - ۲۵} = \frac{-۳۷}{۷} = -۵\frac{۲}{۷}$$

۶۵ در عبارت زیر مقدار  $x$  کدام است؟

$$۸^{x+۲} = ۴^{x+۵}$$

۱ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

چون  $۸ = ۲ \times ۴$  پس می توان نوشت:

$$۸^x \times ۸^۲ = ۴^x \times ۴^۵ \Rightarrow (۲ \times ۴)^x \times ۶۴ = ۴^x \times ۴^۳ \times ۴^۲ \Rightarrow ۲^x \times \cancel{۲^x} \times \cancel{۴^x} = \cancel{۴^x} \times \cancel{۴^x} \times ۱۶ \Rightarrow ۲^x = ۱۶$$

۲<sup>x</sup> = ۱۶ پس ۲<sup>x</sup> = ۲<sup>۴</sup> و بنابراین x = ۴ است.۶۶ با توجه به عبارت زیر، مقدار حاصل ضرب  $a$  و  $b$  کدام است؟

$$۸^a \times ۶^b = ۱۲^۶$$

۸ (۴)

۹ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$۸^a \times ۶^b = ۱۲^۶ \Rightarrow (۲^۳)^a \times (۲ \times ۳)^b = (۲ \times ۴)^۶$$

$$\Rightarrow (۲ \times ۲ \times ۲)^a \times (۲ \times ۳)^b = ۳^۶ \times (۲ \times ۲)^۶ \Rightarrow ۲^{۳a} \times ۲^b \times ۳^b = ۳^۶ \times ۲^{۱۲}$$



$$\Rightarrow 2^{3a+b} \times 3^b = 2^{12} \times 3^6 \Rightarrow \begin{cases} 3a+b=12 \\ b=6 \end{cases} \Rightarrow a=2 \Rightarrow ab=12$$

۶۷ حاصل عبارت  $A \times B$  کدام است؟

$$A = 2^3 + 2^3$$

$$B = 6^2 \times 3^2 \times 2^2$$

$$10^4 \quad \text{[۴]}$$

$$6^{10} \quad \text{[۳]}$$

$$12^4 \quad \text{[۲]}$$

$$6^4 \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} A &= 2^3 + 2^3 = 2 \times 2^3 = 2^{3+1} = 2^4 \\ B &= 6^2 \times (3 \times 2)^2 = 6^2 \times 6^2 = 6^{2+2} = 6^4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A \times B = 2^4 \times 6^4 = (2 \times 6)^4 = 12^4$$

۶۸ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$(1-2)^{100}(2-3)^{99}(3-4)^{98} \dots (99-100)^2 = ?$$

$$2^{50} \quad \text{[۴]}$$

$$\text{صفر} \quad \text{[۳]}$$

$$-1 \quad \text{[۲]}$$

$$+1 \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۲ جواب داخل تمام پرانتزها برابر ۱- می باشد که تعداد ۵۰ تایی آنها به توان زوج و ۴۹ تایی آنها به توان فرد می رسند. بنابراین:

$$(1-2)^{100}(2-3)^{99} \dots (99-100)^2 = (1) \times (-1) \times (1) \times (-1) \times \dots \times 1 = (-1)^{49} \times (1)^{50} = -1$$

۶۹ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{(2^5 - 5^2)(4^3 - 3^4)}{3^4} =$$

$$\frac{7}{4} \quad \text{[۴]}$$

$$-\frac{7}{2} \quad \text{[۳]}$$

$$\frac{17}{2} \quad \text{[۲]}$$

$$-\frac{7}{4} \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{(2^5 - 5^2)(4^3 - 3^4)}{3^4} = \frac{(32 - 25)(64 - 81)}{3^4} = \frac{7 \times (-17)}{3^4} = -\frac{7}{2}$$

۷۰ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$(7^0 + 7^2)(2^0 + 2^2 \times 0^5) + 5^3 + 5^3 + 5^3 + 5^3$$

$$525 \quad \text{[۴]}$$

$$465 \quad \text{[۳]}$$

$$625 \quad \text{[۲]}$$

$$550 \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۱

$$(7^0 + 7^2)(2^0 + 2^2 \times 0^5) = (1 + 49)(1 + 4 \times 0) = 50 \times 1 = 50$$

$$50 + 5^3 + 5^3 + 5^3 + 5^3 = 25 \times 2 + 4 \times 5^3 = 50 + 4 \times 125 = 550$$

۷۱ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 = ?$$

$$6^3 \quad \text{[۴]}$$

$$6^2 \quad \text{[۳]}$$

$$3^3 \quad \text{[۲]}$$

$$3^4 \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۳

$$3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 = 4 \times 3^2 = 2^2 \times 3^2 = (2 \times 3)^2 = 6^2$$

۷۲ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$(\delta^3 + \delta^3 + \delta^3 + \delta^3 + \delta^3) \times (3 \times 27) = ?$$

$$4^4 \times 3^5 \quad \boxed{4}$$

$$15^5 \quad \boxed{3}$$

$$15^4 \quad \boxed{2}$$

$$15^3 \quad \boxed{1}$$

پاسخ: گزینه ۲

$$(\delta^3 + \delta^3 + \delta^3 + \delta^3 + \delta^3) \times (3 \times 27) = (\delta \times \delta^3) \times (3 \times 3^3) = \delta^4 \times 3^4 = (\delta \times 3)^4 = 15^4$$

۷۳ اگر  $3^x = 2$  باشد، حاصل  $3^{2x}$  کدام است؟

$$16 \quad \boxed{4}$$

$$8 \quad \boxed{3}$$

$$2 \quad \boxed{2}$$

$$4 \quad \boxed{1}$$

پاسخ: گزینه ۱

$$3^{2x} = 3^{x+x} = 3^x \times 3^x = 2 \times 2 = 4$$

۷۴ اگر علامت « $\Delta$ » بین دو عدد به صورت  $a \Delta b = b^a$  تعریف شده باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$A = 3 \Delta [(12 \Delta 5) \Delta (6 \Delta 3)] \Delta 1$$

$$28 \quad \boxed{4}$$

$$96 \quad \boxed{3}$$

$$1 \quad \boxed{2}$$

$$21 \quad \boxed{1}$$

پاسخ: گزینه ۲ فرض کنید:

$$3 \Delta [(12 \Delta 5) \Delta (6 \Delta 3)] = m$$

آن‌گاه:

$$A = m \Delta 1 = 1^m = 1$$

۷۵ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$(\circ^2 - 2^0)(1^3 - 3^1)(2^4 - 4^2) = ?$$

$$\text{صفر} \quad \boxed{4}$$

$$-2 \quad \boxed{3}$$

$$-1 \quad \boxed{2}$$

$$2 \quad \boxed{1}$$

پاسخ: گزینه ۴

$$(\circ^2 - 2^0)(1^3 - 3^1)(2^4 - 4^2) = (\circ - 1)(1 - 3)(16 - 16) = (-1) \times (-2) \times \circ = \circ$$

۷۶ اگر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد  $a = 2^{k-1} \times 3^2 \times 5^{k-1}$  و  $b = 2^{k+1} \times 3 \times 5^{k+1}$  برابر با  $3 \times \circ$  باشد،مقدار  $k$  کدام است؟

$$5 \quad \boxed{4}$$

$$4 \quad \boxed{3}$$

$$2 \quad \boxed{2}$$

$$3 \quad \boxed{1}$$

پاسخ: گزینه ۱

$$\text{ب.م.م} = 2^{k-1} \times 3^1 \times 5^{k-1} = 3 \times \circ$$

$$1 \times 5^{k-1} \times 3^1 = 1 \times 5^2 \times 3^1 \rightarrow k-1 = 2 \rightarrow k = 2+1 \rightarrow \boxed{k=3}$$

۷۷ مقدار  $m+n$  در معادله  $(2m-6)^{y^0} + (m+n-1)^{y^0} = \circ$  کدام است؟

$$1 \quad \boxed{4}$$

$$2 \quad \boxed{3}$$

$$3 \quad \boxed{2}$$

$$4 \quad \boxed{1}$$

پاسخ: گزینه ۴

$$2m - 6 = \circ \Rightarrow m = 3$$

$$m + n - 1 = \circ \Rightarrow 3 + n - 1 = \circ \Rightarrow n = -2$$

$$m + n = 3 + (-2) = 1$$

۷۸ عدد  $5^8 \times 2^{14}$  یک عدد چند رقمی است؟

(۱) ۱۰

(۲) ۱۱

(۳) ۱۲

(۴) ۹

پاسخ: گزینه ۱ می توان نوشت:

$$2^{14} = 2^6 \times 2^8$$

$$2^{14} \times 5^8 = 2^6 \times \underbrace{2^8 \times 5^8}_{64} = 2^6 \times (2 \times 5)^8 = 64 \times 10^8 = 6400000000 \Rightarrow 10 \text{ رقمی}$$

۷۹ نسبت مجذور به مکعب معکوس عدد  $\frac{2}{5}$  برابر است با:(۱)  $\frac{3}{4}$ (۲)  $\frac{2}{5}$ (۳)  $\frac{4}{25}$ (۴)  $\frac{8}{125}$ پاسخ: گزینه ۲  $\frac{5}{2} = \text{معکوس } \frac{2}{5}$ 

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} &= \text{مجزور } \left(\frac{5}{2}\right) \\ \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8} &= \text{مکعب } \left(\frac{5}{2}\right) \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\frac{25}{4}}{\frac{125}{8}} = \frac{25 \times 8}{125 \times 4} = \frac{2}{5}$$

توجه کنیم که عبارت صورت مسئله را به دو صورت می توان خواند.

نسبت مجذور به مکعب معکوس عدد  $\frac{2}{5}$ : که هدف اصلی حالت دوم است.

$$\frac{\text{مجزور } \left(\frac{5}{2}\right)}{\text{مکعب معکوس } \left(\frac{2}{5}\right)} \text{ یا } \frac{\text{مجزور } \left(\frac{5}{2}\right)}{\text{مکعب } \left(\frac{5}{2}\right)}$$

۸۰ حاصل عبارت  $\frac{5^6 - 5^5 - 5^4 - 5^3}{5^3}$  برابر است با:

(۱) ۱۲۵

(۲) ۹۴

(۳) ۲۵

(۴) ۶۲۵

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا عبارت را تفکیک می کنیم:

$$\frac{5^6}{5^3} - \frac{5^5}{5^3} - \frac{5^4}{5^3} - \frac{5^3}{5^3} = 5^3 - 5^2 - 5^1 - 1 = \underbrace{125 - 25 - 5 - 1}_{100} = 94$$

۸۱ چه کسری از  $2^{100}$  برابر با  $2^{97}$  می باشد؟(۱)  $\frac{1}{8}$ (۲)  $\frac{1}{4}$ (۳)  $\frac{1}{3}$ (۴)  $\frac{1}{2}$ 

پاسخ: گزینه ۱

$$x \times 2^{100} = 2^{97} \Rightarrow x = \frac{2^{97}}{2^{100}} = \frac{2^{97}}{2^{97} \times 2^3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

۸۲ عدد  $27^5$  چند برابر عدد  $81^4$  است؟(۱)  $\frac{1}{27}$ (۲)  $\frac{1}{9}$ (۳)  $\frac{1}{3}$ 

(۴) ۳

پاسخ: گزینه ۳

$$27^5 \div 81^4 = (3^3)^5 \div (3^4)^4 = 3^{15} \div 3^{16} = 3^{15-16} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

۸۳  $\frac{1}{7}$  عدد  $7^{a+7}$  کدام است؟

$$7^{7a} \quad \text{[۴]}$$

$$7^{7a+6} \quad \text{[۳]}$$

$$7^{7a+1} \quad \text{[۲]}$$

$$7^{a+7} \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۳

$$7^{7a+7} \div 7^1 = 7^{7a+7-1} = 7^{7a+6}$$

۸۴ عدد  $3^3$  را به چه توانی برسانیم تا حاصل  $9^9$  شود؟

$$9 \quad \text{[۴]}$$

$$6 \quad \text{[۳]}$$

$$3 \quad \text{[۲]}$$

$$2 \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۳

$$3^3 \times 3^3 \times 3^3 = 3^9 \Rightarrow (3^3)^3 = 3^9 \Rightarrow (3^1)^2 = (3^2)^1 = 9^1 \Rightarrow (3^3)^6 = 9^9$$

۸۵ در تساوی  $3^3 \times 9^x = 3^{13}$  مقدار  $x$  برابر کدام گزینه است؟

$$2 \quad \text{[۴]}$$

$$3 \quad \text{[۳]}$$

$$6 \quad \text{[۲]}$$

$$5 \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۱

$$3^3 \times (3^2)^x = 3^{13} \Rightarrow 3^{3+2x} = 3^{13} \Rightarrow 3 + 2x = 13 \Rightarrow x = 5$$

۸۶ اگر  $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$  مقدار  $n$  برابر است با:

$$2011 \quad \text{[۴]}$$

$$2010 \quad \text{[۳]}$$

$$1006 \quad \text{[۲]}$$

$$1005 \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۱

$$9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011} \Rightarrow 3 \times 9^n = 3^{2011} \Rightarrow 3 \times (3^2)^n = 3^{2011} \Rightarrow 3^{1+2n} = 3^{2011}$$

$$\Rightarrow 1 + 2n = 2011 \Rightarrow 2n = 2010 \Rightarrow n = 1005$$

۸۷ در عبارت  $3^x + 3^x + 3^x = 81$  مقدار  $x$  کدام است؟

$$\text{هیچ کدام} \quad \text{[۴]}$$

$$2 \quad \text{[۳]}$$

$$3 \quad \text{[۲]}$$

$$4 \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۲

$$3 \times 3^x = 81 \Rightarrow 3^{x+1} = 3^4 \Rightarrow x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3$$

۸۸ حاصل عبارت  $a^2 \times a^4 \times a^6 \times \dots \times a^{100}$  کدام است؟

$$a^{2050} \quad \text{[۴]}$$

$$a^{5100} \quad \text{[۳]}$$

$$a^{2550} \quad \text{[۲]}$$

$$a^{2500} \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۲

$$a^2 \times a^4 \times a^6 \times \dots \times a^{100} = a^{2+4+6+\dots+100} = a^{2 \times (1+2+3+\dots+50)} = a^{2 \times \frac{50 \times 51}{2}} = a^{2550}$$

۸۹ حاصل عبارت  $5^2 \times 3^3 \times 75$  به صورت عدد توان دار کدام است؟

$$75^2 \quad \text{[۴]}$$

$$45^3 \quad \text{[۳]}$$

$$15^4 \quad \text{[۲]}$$

$$15^5 \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا ۷۵ را تجزیه می کنیم:

$$75 \times 3^3 \times 5^2 = 3 \times 5^2 \times 3^3 \times 5^2 = 3^4 \times 5^4 = 15^4$$



۹۰ به جای  $\square$  کدام عدد را می توان نوشت؟

$$۲^۵ \times ۶^{\square} \times ۳^۵ = ۶^{۱۲}$$

۲۲ (۴)

۷ (۳)

۲ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$۲^۵ \times ۳^۵ \times ۶^{\square} = ۶^۵ \times ۶^{\square} = ۶^{۱۲} \Rightarrow \square = ۷$$

۹۱ اگر  $x^۷ = ۵^{۴/۵} \times ۴^۷ \times ۵^{۲/۵}$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$۵^{۲/۵} \times ۵^{۴/۵} \times ۴^۷ = ۵^۷ \times ۴^۷ = ۲۰^۷ \Rightarrow x = ۲۰$$

۹۲ حاصل عبارت  $۲^۵ \times ۵^۹ \times ۳^۵ \times ۶^۴$  کدام است؟

۶<sup>۲۰</sup> (۴)

۳۰<sup>۹</sup> (۳)

۱۵۰<sup>۲۴</sup> (۲)

۲۵۶۷۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$۲^۵ \times ۵^۹ \times ۳^۵ \times ۶^۴ = ۶^۵ \times ۶^۴ \times ۵^۹ = ۶^۹ \times ۵^۹ = ۳۰^۹$$

۹۳ حاصل عبارت  $(-۲)^۶ \times (+۲)^۴$  برابر است با:

$+۲^{۲۴}$  (۴)

$-۲^{۱۰}$  (۳)

$(-۲)^{۱۰}$  (۲)

$(-۴)^{۱۰}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$(-۲)^۶ \times (+۲)^۴ = (+۲)^۶ \times (+۲)^۴ = (+۲)^{۱۰} = (-۲)^{۱۰}$$

۹۴ عدد  $۶^۸$  را به صورت دو عدد توان دار نوشتیم که یکی ۳۶ برابر دیگری است. عدد کوچک تر مضرب کدام عدد است؟

۵۴ (۴)

۱۵ (۳)

۸۱ (۲)

۱۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$۶^۸ = ۶^۳ \times ۶^۵$$

می دانیم  $۶^۲ = ۶^۳ \div ۶^۵$  یعنی  $۶^۵$ ، ۳۶ برابر عدد  $۶^۳$  است. پس عدد کوچک تر  $۲۱۶ = ۶^۳$  است که این مضرب ۵۴ است.

۹۵ اگر  $۳^{۱۰} = ۵۹۰۴۹$  باشد، مقدار  $۳^{۱۲}$  چقدر است؟

۴۵۳۱۴۱ (۴)

۵۳۱۴۴۱ (۳)

۶۳۱۴۴۱ (۲)

۷۳۱۴۴۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$۳^{۱۲} = ۳^۲ \times ۳^{۱۰} \Rightarrow ۳^{۱۲} = ۹ \times ۵۹۰۴۹ \Rightarrow ۳^{۱۲} = ۵۳۱۴۴۱$$

۹۶ ساده شده ی عبارت  $(\frac{a}{b})^۷ \times (\frac{b}{c})^۷ \times (\frac{c}{d})^۷ \times \dots \times (\frac{y}{z})^۷$  برابر است با:

$(\frac{z}{a})^۷$  (۴)

۱ (۳)

$(\frac{a \times b \times c \times \dots \times y}{b \times c \times d \times \dots \times z})^۷$  (۲)

$(\frac{a}{z})^۷$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$(\frac{a}{\cancel{b}} \times \frac{\cancel{b}}{\cancel{c}} \times \frac{\cancel{c}}{d} \times \dots \times \frac{y}{z})^۷ = (\frac{a}{z})^۷$$

۹۷ اگر  $3^x = 10$  باشد حاصل عبارت  $\frac{3^{2x+1} + 3^{2x}}{3^x}$  کدام گزینه است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۴۰

پاسخ: گزینه ۴

$$3^x = 10 \quad (1), \quad 3^{2x} = (3^x)^2 = (10)^2 = 100 \quad (2)$$

$$\frac{3^{2x+1} + 3^{2x}}{3^x} = \frac{(3^{2x} \times 3^1) + 3^{2x}}{3^x} \xrightarrow{(1)} \frac{(100 \times 3) + 100}{10} = \frac{400}{10} = 40$$

۹۸ اگر  $3^x = 2$ ,  $3^y = 5$  و  $3^z = 1$  باشند، حاصل عبارت  $3^{x+2y+z+3}$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $3^{14}$  (۲) ۱۳۵۰ (۳) ۲۷۰۰ (۴)  $3^{27}$

پاسخ: گزینه ۲

$$3^{x+2y+z+3} = 3^x \times 3^{2y} \times 3^z \times 3^3 = 3^x \times (3^y)^2 \times 3^z \times 3^3 = 2 \times 5^2 \times 1 \times 27 = 1350$$

۹۹ حاصل عبارت مقابل به صورت یک عدد توان دار برابر است با:

$$2^{1380} + 2^{1380} + 2^{1381} + 2^{1382} + \dots + 2^{1392}$$

- (۱)  $2^{1390}$  (۲)  $2^{1391}$  (۳)  $2^{1392}$  (۴)  $2^{1393}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\underbrace{2^{1380} + 2^{1380}}_{2 \times 2^{1380} = 2^{1381}} + 2^{1381} + 2^{1382} + \dots + 2^{1392} = \underbrace{2^{1381} + 2^{1381}}_{2 \times 2^{1381} = 2^{1382}} + 2^{1382} + \dots + 2^{1392} =$$

به همین ترتیب اگر ادامه دهیم حاصل عبارت به صورت  $2 \times 2^{1392} = 2^{1393}$  می شود که حاصل آن برابر  $2 \times 2^{1392} = 2^{1393}$

۱۰۰ حاصل عبارت  $(\frac{2}{3})^5 \times (\frac{3}{4})^5 \times (\frac{4}{5})^5 \times (\frac{5}{6})^5$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $(\frac{14}{18})^5$  (۲)  $3^{25}$  (۳)  $(\frac{1}{3})^5$  (۴)  $(\frac{14}{18})^{25}$

پاسخ: گزینه ۳

$$(\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{6}})^5 = (\frac{1}{3})^5$$

۱۰۱ حاصل عبارت  $2^6 \times 5^3$  به صورت عدد توان دار برابر است با:

- (۱)  $20^3$  (۲)  $10^6$  (۳)  $40^3$  (۴)  $10^9$

پاسخ: گزینه ۱

$$2^6 \times 5^3 = (2^2)^3 \times 5^3 = 4^3 \times 5^3 = 20^3$$

۱۰۲ خمس ثلث عدد  $2^7 \times 25^4 \times 9^4$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $30^5$  (۲)  $30^7$  (۳)  $20^9$  (۴)  $20^7$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times 2^7 \times 25^4 \times 9^4 = 2^7 \times \frac{9^4}{3} \times \frac{25^4}{5} = 2^7 \times \frac{3^8}{3} \times \frac{5^8}{5} = 2^7 \times 3^7 \times 5^7 = 30^7$$

۱۰۳ در تساوی  $5^{3a+3} \times 2^{5b-5} = 5^3 \times 2^5$  مقدار  $a$  و  $b$  کدام گزینه می باشد؟

$a = 3, b = 6$  (۴)

$a = -1, b = 5$  (۳)

$a = 3, b = 5$  (۲)

$a = 2, b = 3$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$(5^3)^3 \times (2^5)^5 = 5^{3a+3} \times 2^{5b-5} \Rightarrow 5^{12} \times 2^{25} = 5^{3a+3} \times 2^{5b-5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5^{12} = 5^{3a+3} \Rightarrow 3a+3 = 12 \Rightarrow 3a = 12-3 = 9 \Rightarrow a = 3 \\ 2^{25} = 2^{5b-5} \Rightarrow 5b-5 = 25 \Rightarrow 5b = 25+5 = 30 \Rightarrow b = 6 \end{cases}$$

۱۰۴ کوچک ترین عددی که اگر در  $5^3 \times 4^5 \times 7$  ضرب شود حاصل، مربع کامل می شود، کدام گزینه است؟

۱۴ (۴)

۱۰ (۳)

۳۵ (۲)

۷۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$5^3 \times (2^2)^5 \times 7 = 5^3 \times 2^{10} \times 7 \xrightarrow{\times(5 \times 7)} (5 \times 7) \times 5^3 \times 2^{10} \times 7$$

$$\Rightarrow 5^4 \times 2^{10} \times 7^2 = (5^2 \times 2^5 \times 7)^2$$

۱۰۵ کوچک ترین عددی که به جای  $b$  قرار داده شود تا عبارت  $2^3 \times 8^4 \times 27 \times b$  مربع کامل باشد، کدام گزینه است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۹ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$2^3 \times (2^3)^4 \times 3^3 \times b = 2^3 \times 2^{12} \times 3^3 \times b = 2^{15} \times 3^3 \times b \xrightarrow{b=2 \times 3} 2^{15} \times 3^3 \times (2 \times 3) = 2^{16} \times 3^4$$

۱۰۶ کوچک ترین عدد طبیعی  $x$  که به ازای آن  $90 \times x$  مکعب کامل شود، کدام گزینه می باشد؟

۹۰۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

۸۰۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ مکعب کامل است.  $90 \times 300 = 27000 = (30)^3 \rightarrow$

۱۰۷ حاصل عبارت  $x^0 \times x^1 \times x^2 \times x^3 \times \dots \times x^{50}$  کدام گزینه است؟

۱ (۴)

$x^0$  (۳)

$x^{1275}$  (۲)

$x^{50}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$x^{0+1+2+3+\dots+50} = x^{1275}$$

۱۰۸ اگر  $2^x = 5$  باشد، مقدار  $16^x$  کدام است؟

۶۲۵ (۴)

۱۲۵ (۳)

۲۵ (۲)

$\frac{1}{625}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$16^x = (2^4)^x = (2^x)^4 = 5^4 = 625$$

۱۰۹ نصف عدد  $4^{2k-4}$  برابر است با:

$2^{4k-9}$  (۴)

$2^{2k-5}$  (۳)

$2^{4k-2}$  (۲)

$2^{2k-6}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$4^{2k-4} \times \frac{1}{2} = (2^2)^{2k-4} \times \frac{1}{2} = 2^{4k-8} \times \frac{1}{2} = \frac{2^{4k-8}}{2^1} = 2^{4k-8-1} = 2^{4k-9}$$



۱۱۰ حاصل عبارت  $4 + 5^2[(8 \times 10) - 3^4]$  کدام گزینه است؟

- ۱)  $-21$       ۲)  $29$       ۳)  $-29$       ۴)  $21$

پاسخ: گزینه ۱

$$4 + 5^2[(8 \times 10) - 3^4] = 4 + 5^2[\cancel{80} - \cancel{81}] = 4 + 25 \times (-1) = 4 - 25 = -21$$

۱۱۱ حاصل عبارت  $2^{2/3} \times (1,25 \times 2^{0,7})$  برابر است با:

- ۱)  $12,8$       ۲)  $16,2$       ۳)  $10$       ۴)  $2,04$

پاسخ: گزینه ۳

$$2^{2/3} \times (1,25 \times 2^{0,7}) = 2^{2/3} \times 2^{0,7} \times 1,25 = 2^{2/3+0,7} \times 1,25 = 2^3 \times 1,25 = 8 \times 1,25 = 10$$

۱۱۲ رقم سمت راست عدد  $9^{1377}$  کدام گزینه است؟

- ۱)  $9$       ۲)  $1$       ۳)  $3$       ۴)  $6$

پاسخ: گزینه ۱

$$9^1 = 9, , 9^2 = 81, 9^3 = 729, 9^4 = 6561$$

همانطور که ملاحظه می کنید ۹ به توان های فرد دارای یکان ۹ است.

۱۱۳ تجزیه ی عدد ۸۰۰ به صورت یک عدد توان دار در کدام عبارت است؟

- ۱)  $8^{10}$       ۲)  $2^3 \times 3^2 \times 5^2$       ۳)  $2^5 \times 5^2$       ۴)  $10^2 \times 5^2$

پاسخ: گزینه ۳

$$800 = 2^5 \times 5^2$$

۱۱۴ مکعب عدد  $[(5-3)^2 + (18-17)^3]$  کدام گزینه است؟

- ۱)  $5$       ۲)  $25$       ۳)  $625$       ۴)  $125$

پاسخ: گزینه ۴

$$[(\cancel{5-3})^2 + (\cancel{18-17})^3] = [(2)^2 + (1)^3] = 4 + 1 = 5$$

$$5 \text{ مکعب} = 125$$

۱۱۵ در عبارت  $2^2 = 5^{\square} + 6^{\square} + 7^{\square} + 8^{\square}$  به جای  $\square$  چه عددی قرار دهیم تا تساوی برقرار شود؟

- ۱)  $1$       ۲)  $2$       ۳)  $3$       ۴)  $4$  صفر

پاسخ: گزینه ۴

$$5^0 + 6^0 + 7^0 + 8^0 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4 = 2^2 \rightarrow$$

اگر به جای مربع صفر قرار دهیم تساوی برقرار است.

۱۱۶ حاصل کدام عبارت اشتباه است؟

- ۱)  $-3^2 + (-3)^2 = (3-3)^2$       ۲)  $4^2 + 3^2 = 5^2$       ۳)  $\frac{2^3}{5} - \frac{3}{5} = 5^2$       ۴)  $(-1)^4 + (-1)^5 + (-1)^6 + (-1)^7 = 0$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{2^3}{5} - \frac{3}{5} = \frac{8}{5} - \frac{3}{5} = \frac{8-3}{5} = \frac{5}{5} = 1 \neq 5^2$$

۱۱۷ مقدار عبارت  $[2 - 3(2 - 3)^{-1}]^{-1}$  برابر است با:

☐ ۱ ۵      ☐ ۲  $\frac{1}{5}$       ☐ ۳ -۵      ☐ ۴  $-\frac{1}{5}$

پاسخ: گزینه ۲

$$[2 - 3(\cancel{2-3}^{-1})^{-1}]^{-1} = [2 - 3 \times (-1)]^{-1} = 5^{-1} = \frac{1}{5^1} = \frac{1}{5}$$

۱۱۸ مقدار  $n$  در عبارت  $10^{2n+1} = 100000$  کدام گزینه است؟

☐ ۱ ۳      ☐ ۲ ۲      ☐ ۳ ۱      ☐ ۴ ۵

پاسخ: گزینه ۲

$$10^{2n+1} = 100000 = 10^5 \Rightarrow 2n+1 = 5 \Rightarrow n = 2$$

۱۱۹ رقم یکان حاصل ضرب عبارت  $4 \times 5^{108}$  کدام گزینه است؟

☐ ۱ صفر      ☐ ۲ ۱      ☐ ۳ ۲      ☐ ۴ ۵

پاسخ: گزینه ۱ رقم یکان  $5^{108}$  مساوی ۵ است پس داریم: (۵ به هر توانی برسد یکانش ۵ است).

$$5^1 = 5, 5^2 = 25, 5^3 = 125, 5^4 = 625$$

$$4 \times 5^{108} \Rightarrow \text{رقم یکان} \Rightarrow 4 \times 5 = 20 \rightarrow \text{رقم یکان حاصل برابر صفر است.}$$

۱۲۰ رقم یکان حاصل عبارت  $6^{100} + 6^{99} + \dots + 6 + 2$  کدام گزینه است؟

☐ ۱ ۵      ☐ ۲ ۶      ☐ ۳ ۲      ☐ ۴ ۸

پاسخ: گزینه ۳ می‌دانیم ۶ به هر توانی برسد یکان عدد حاصل همان عدد ۶ است. بنابراین رقم یکان حاصل جمع برابر با صفر خواهد بود و با عدد ۲ وقتی جمع شود رقم یکان حاصل کل عبارت برابر با ۲ می‌شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} 6^{100} + 6^{99} + \dots + 6 \xrightarrow{\text{رقم یکان}} 100 \times 6 = 600 \xrightarrow{\text{رقم یکان}} 0 \\ 2 \xrightarrow{\text{رقم یکان}} 2 \end{array} \right. \Rightarrow \text{رقم یکان} = 0 + 2 = 2$$

۱۲۱ رقم یکان حاصل جمع  $1^{29} + 5^{29} + 26^{29}$  کدام گزینه است؟

☐ ۱ ۱      ☐ ۲ ۲      ☐ ۳ ۵      ☐ ۴ ۶

پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{array}{l} 1^{29} \xrightarrow{\text{رقم یکان}} 1 \\ 5^{29} \xrightarrow{\text{رقم یکان}} 5 \\ 26^{29} \xrightarrow{\text{رقم یکان}} 6 \end{array} \right\} \Rightarrow 1^{29} + 5^{29} + 26^{29} \xrightarrow{\text{رقم‌های یکان}} 1 + 5 + 6 = 12 \xrightarrow{\text{رقم یکان}} 2$$

رقم یکان  $1^{29}$  برابر ۱ است. رقم یکان  $5^{29}$  برابر با ۵ است و رقم یکان  $26^{29}$  برابر با ۶ است. رقم یکان مجموع این سه عدد یعنی:  $1^{29} + 5^{29} + 26^{29}$  برابر با مجموع رقم یکان این اعداد است که برابر با ۲ می‌شود.

۱۲۲ حاصل جمع ارقام  $100^7 - 10^{10}$  چند است؟

☐ ۱ ۳۶      ☐ ۲ ۴۵      ☐ ۳ ۵۴      ☐ ۴ ۶۳

پاسخ: گزینه ۱

$$100^7 = (10^2)^7 = 10^{14} = 100000000000000$$

$$10^{10} = 10000000000$$

$$10^{14} - 10^{10} \Rightarrow \begin{array}{r} 100000000000000 \\ - 10000000000 \\ \hline 99990000000000 \end{array} \Rightarrow \text{جمع رقم‌ها} = 9 + 9 + 9 + 9 = 36$$

۱۲۳ حاصل عبارت  $10^4 + 1^4 + 0,1^4$  کدام گزینه است؟

۴۴,۴ (۴)

۴۱,۱ (۳)

۱۰۰۰۱,۰۰۰۱ (۲)

۴۰۰۱,۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$10^4 + 1^4 + (0,1)^4 = 10000 + 1 + 0,0001 = 10001,0001$$

۱۲۴ حاصل عبارت مقابل کدام گزینه است؟

$$10^0 + 1 \times 10^1 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^3$$

۵۰۱۱ (۴)

۳۲۰۰ (۳)

۳۲۱۱ (۲)

$5 \times 10^6$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$10^0 + 1 \times 10^1 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^3 = 1 + 10 + 200 + 3000 = 3211$$

۱۲۵ حاصل  $(0,2)^3 \times (\frac{1}{5})^5 \times \frac{1}{5^4}$  کدام است؟

$0,2^{11}$  (۴)

$(\frac{2}{5})^6$  (۳)

$(\frac{1}{5})^{12}$  (۲)

$0,2^4$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{توجه: } \frac{1}{5^4} = (\frac{1}{5})^4 \text{ و } 0,2 = \frac{1}{5}$$

$$(0,2)^3 \times (\frac{1}{5})^5 \times \frac{1}{5^4} = (\frac{1}{5})^3 \times (\frac{1}{5})^5 \times (\frac{1}{5})^4 = (\frac{1}{5})^{12}$$

۱۲۶ اگر مجموع مکعب های اعداد طبیعی متوالی با شروع از عدد یک برابر با مربع مجموع آن اعداد باشد، حاصل

$$15^3 + 9^3 + \dots + 8^3 \text{ کدام است؟}$$

۱۴۴۰۰ (۴)

۱۰۵۱۲ (۳)

۱۳۶۱۶ (۲)

۸۴۶۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\underbrace{8^3 + 9^3 + \dots + 15^3}_A \rightarrow 1^3 + 2^3 + \dots + 7^3 + \underbrace{8^3 + \dots + 15^3}_A = (1 + 2 + \dots + 15)^2$$

$$\rightarrow (1 + 2 + \dots + 7)^2 + A = (1 + 2 + \dots + 15)^2 \rightarrow A = (\frac{15 \times 16}{2})^2 - (\frac{7 \times 8}{2})^2 = 13616$$

۱۲۷ باقی مانده و خارج قسمت تقسیم  $3^{1390} + 3^{1391} + 3^{1392} + 3^{1393}$  بر ۴۰ به ترتیب عبارت است از:

۳<sup>۱۳۸۹</sup>، صفر (۴)

۳<sup>۱۳۸۹</sup>, ۳ (۳)

۳<sup>۱۳۹۰</sup>, ۳ (۲)

۳<sup>۱۳۹۰</sup>، صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$3^{1390} + 3^{1391} + 3^{1392} + 3^{1393} = 3^{1390}(1 + 3 + 3^2 + 3^3) = 40 \times 3^{1390}$$

باقی مانده تقسیم  $40 \times 3^{1390}$  بر ۴۰ برابر صفر می باشد.

$$\text{خارج قسمت} = \frac{40 \times 3^{1390}}{40} = 3^{1390}$$

۱۲۸ کوچکترین مضرب مشترک و بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد  $a$  و  $b$  به ترتیب  $2^3 \times 3 \times 5$  و  $2^4 \times 3^2 \times 5$  است. حداقل مقدار  $a + b$  کدام است؟

$$408 \quad (4)$$

$$312 \quad (3)$$

$$264 \quad (2)$$

$$192 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$(a, b) = 2^3 \times 3 \rightarrow a = 2^3 \times 3 \times x, b = 2^3 \times 3 \times y, (x, y) = 1$$

$$ab = [a, b] \times (a, b) \rightarrow (2^3 \times 3 \times x) \times (2^3 \times 3 \times y) = (2^4 \times 3^2 \times 5) \times (2^3 \times 3) \rightarrow xy = 2 \times 3 \times 5$$

در بین حالات مختلف برای  $x$  و  $y$  حداقل مقدار  $x + y$  و در نتیجه حداقل مقدار  $a + b$  زمانی می باشد که  $x = 5$  و  $y = 6$  باشد:

$$a + b = (2^3 \times 3 \times 5) + (2^3 \times 3 \times 6) = 264$$

۱۲۹ حاصل عبارت زیر همواره کدام است؟

$$(4^{2a+1} + 4^{2a+1}) \times 2^{3-4a} = ?$$

$$2^{8a} \quad (4)$$

$$2^{4a-3} \quad (3)$$

$$2^6 \quad (2)$$

$$2^{4a+3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$(4^{2a+1} + 4^{2a+1}) \times 2^{3-4a} = 2 \times 4^{2a+1} \times 2^{3-4a} = 2 \times (2 \times 2)^{2a+1} \times 2^{3-4a} = 2 \times 2^{2a+1} \times 2^{2a+1} \times 2^{3-4a} = 2^6$$

۱۳۰ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$2^2 \times 4^2 \times 8^2 = ?$$

$$2^{13} \quad (4)$$

$$2^{12} \quad (3)$$

$$2^{16} \quad (2)$$

$$2^{14} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$2^2 \times 4^2 \times 8^2 = 2^2 \times (4 \times 4) \times (8 \times 8) = 2^2 \times (2^2 \times 2^2) \times (2^3 \times 2^3) = 2^{2+2+2+3+3} = 2^{12}$$

۱۳۱ رقم یکان عدد  $317924343456^{192571}$  کدام است؟

$$6 \quad (4)$$

$$7 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴ اعدادی که رقم یکان آن‌ها یکی از اعداد ۰، ۱، ۵ و ۶ باشد، به هر توان طبیعی برسند، یکان آن‌ها تغییر نمی‌کند؛ پس رقم یکان این عدد ۶ خواهد بود.

۱۳۲ عدد  $2^{50} + 2^{51} + 2^{52} + 2^{53}$  بر کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر است؟

$$27 \quad (4)$$

$$18 \quad (3)$$

$$30 \quad (2)$$

$$25 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲ می‌توان نوشت:

$$2^{50} + 2^{51} + 2^{52} + 2^{53} = 2^{50} + 2 \times 2^{50} + 2^2 \times 2^{50}$$

$$= 2^{50} \times (1 + 2 + 2 + 2^2) = 2^{50} \times (1 + 2 + 4 + 8) = 2^{50} \times 15 = 2^{50} + 2^2 \times 2^{50} \times 3 \times 5$$

هر یک از گزینه‌ها را به شمارنده‌های اول تجزیه می‌کنیم:

$$25 = 5^2, 30 = 2 \times 3 \times 5, 18 = 2 \times 3^2, 27 = 3^3$$

پس عدد داده شده فقط می‌تواند بر ۳۰ بخش پذیر باشد.

۱۳۳ در عبارت زیر به جای  $x$  چه عددی قرار می گیرد؟

$$2^{x+3} + 2^{x+1} = 32.$$

۵ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ اگر  $2^x = a$  در نظر بگیریم داریم:

$$\left. \begin{aligned} 2^{x+3} &= 2^x \times 2^3 = 2^x \times 8 = 8 \times a \\ 2^{x+1} &= 2^x \times 2^1 = 2^x \times 2 = 2 \times a \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2^{x+3} + 2^{x+1} = 32 \Rightarrow 8a + 2a = 32 \Rightarrow 10a = 32 \Rightarrow a = 3.2 \Rightarrow 2^x = 3.2 = 2^5 \Rightarrow x = 5$$

۱۳۴ سمت راست عدد  $9^7 \times 2^{13} \times 25^3$  چند رقم صفر قرار می گیرد؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۸ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ رقم صفر وقتی ایجاد می شود که در حاصل ضرب شمارنده ۱۰ موجود باشد. اما ۱۰ وقتی ایجاد می شود که شمارنده ۲ در شمارنده ۵ ضرب شود. پس:

$$25^3 = (5 \times 5)^3 = 5^3 \times 5^3 = 5^6, 2^{13} = 2^7 \times 2^6$$

$$9^7 \times 2^{13} \times 25^3 = \underbrace{9^7 \times 2^7}_{18^7} \times \underbrace{2^6 \times 5^6}_{10^6} = 18^7 \times 10^6$$

۱۳۵ اگر  $3^a = m$  حاصل  $3^{a+2}$  کدام است؟

۹m (۴)

 $\frac{m}{9}$  (۳) $\frac{m}{2}$  (۲)

۲m (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$3^{a+2} = 3^a \times 3^2 = 9m$$

$\downarrow$   
m

$\downarrow$   
9

۱۳۶ از بین عددهای زیر، (به ترتیب از راست به چپ) چند عدد مربع کامل و چند عدد مکعب کامل هستند؟

$$8^9, 2 \times 8^6, 27^5, 15625, 2^{25}$$

۱ - ۲ (۴)

۱ - ۱ (۳)

۳ - ۲ (۲)

۳ - ۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

|                                                              | مربع کامل | مکعب کامل |                               |
|--------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-------------------------------|
| $8^9 = (2^3)^9 = 2^{27}$                                     | ×         | ✓         | ۲۷ مضرب ۳ است.                |
| $2 \times 8^6 = 2 \times (2^3)^6 = 2 \times 2^{18} = 2^{19}$ | ×         | ×         | ۱۹ نه مضرب ۲ است و نه ۳.      |
| $27^5 = (3^3)^5 = 3^{15}$                                    | ×         | ✓         | ۱۵ مضرب ۳ است.                |
| $15625 = 125 \times 125 = (125)^2 = 5^6$                     | ✓         | ✓         | ۶ هم مضرب ۳ و هم مضرب ۲ است.  |
| $2^{25}$                                                     | ×         | ×         | ۲۵ نه مضرب ۳ و نه مضرب ۲ است. |

۱۳۷ با توجه به معادله های توانی  $2^x = 8^{y+1}$  و  $9^y = 3^{x-9}$  مقدار  $x + y$  چقدر است؟

۲۷ (۴)

۲۴ (۳)

۲۱ (۲)

۱۸ (۱)



پاسخ: گزینه ۴

$$2^x = 8^{y+1} \rightarrow 2^x = (2^3)^{y+1} = 2^{3y+3} \rightarrow x = 3y + 3 \quad (1)$$

$$9^y = 3^{x-9} \rightarrow 3^{2y} = 3^{x-9} \rightarrow 2y = x - 9 \quad (2)$$

از رابطه (۱)،  $x$  را در رابطه (۲) جایگذاری می‌کنیم تا مقدار  $y$  به دست آید:

$$2y = \cancel{x} - 9 = \cancel{3y + 3} - 9 \rightarrow -9 = 3y - 6 \rightarrow 2y = 3y - 6 \rightarrow -y = -6 \rightarrow y = 6$$

حال با قرار دادن مقدار  $y$  در رابطه (۱) یا (۲) مقدار  $x$  را به دست می‌آوریم:

$$x = 3y + 3 \xrightarrow{y=6} x = 18 + 3 = 21 \rightarrow x + y = 21 + 6 = 27$$

۱۳۸ حاصل کسر  $\frac{2^{2014} + 2^{2013} + 2^{2012} + \dots + 2^{1014}}{2^{1393} + 2^{1392} + 2^{1391} + \dots + 2^{393}}$  به صورت عددی توان‌دار با کدام گزینه برابر است؟

☐ ۱  $2^{621}$ 
☐ ۲  $2^{1407}$ 
☐ ۳  $(\frac{1}{2})^{621}$ 
☐ ۴  $(\frac{1}{2})^{1407}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{2^{2014} + 2^{2013} + 2^{2012} + \dots + 2^{1014}}{2^{1393} + 2^{1392} + \dots + 2^{393}} = \frac{2^{1014} (2^{1000} + 2^{999} + \dots + 2^2 + 2^1)}{2^{393} (2^{1000} + 2^{999} + \dots + 2^2 + 2^1)} = \frac{2^{1014}}{2^{393}} = 2^{1014-393} = 2^{621}$$

۱۳۹ اگر  $4^{x-1} \times 5^{1+x}$  به صورت توانی از ۱۰ باشد، آن‌گاه:

☐ ۱  $x = 1$ 
☐ ۲  $x = 2$ 
☐ ۳  $x = 3$ 
☐ ۴  $x = 4$

پاسخ: گزینه ۳

$$\text{نکته: } 4^{x-1} = \frac{4^x}{4}, \quad 4^{x-1} \times 5^{1+x} = 10^{\square} \rightarrow 4^x \times \frac{1}{4} \times 5^1 \times 5^x = 10^{\square} \rightarrow (4 \times 5)^x \times \frac{5}{4} = 10^{\square} \rightarrow \underbrace{(20)^x}_{2 \times 10} \times \frac{5}{4} = 10^{\square}$$

$$\rightarrow 2^x \times 10^x \times \frac{5}{4} = 10^{\square}$$

برای اینکه عبارت فوق به صورت فقط توانی از ۱۰ باشد باید توان  $x$  به گونه‌ای انتخاب شود که حاصل  $2^x \times \frac{5}{4}$  نیز برابر ۱۰ شود. با توجه به رابطه فوق $x - 2$  باید برابر یک شود.

$$2^x \times \frac{5}{4} = 2^{x-2} \times 5 \rightarrow x - 2 = 1 \rightarrow x = 3$$

۱۴۰ بین  $2^6 - 2$  و  $3^6 - 2$  چند عدد مربع کامل و چند عدد مکعب کامل به ترتیب وجود دارد؟

☐ ۱  $5 - 20$ 
☐ ۲  $5 - 12$ 
☐ ۳  $6 - 20$ 
☐ ۴  $5 - 19$

پاسخ: گزینه ۴

$$2^6 - 2 = (2^3)^2 - 2 = (8)^2 - 2$$

$$3^6 - 2 = (3^3)^2 - 2 = (27)^2 - 2$$

پس تمام عددهای مربع کامل بین  $2^6 - 2$  و  $3^6 - 2$  عددهای  $2^2, 9^2, \dots, 8^2$  هستند (تعداد ۱۹ تا).

$$2^6 - 2 = (2^2)^3 - 2 = 4^3 - 2$$

$$3^6 - 2 = (3^2)^3 - 2 = 9^3 - 2$$

پس تمام عددهای مکعب کامل بین  $2^6 - 2$  و  $3^6 - 2$  عددهای  $4^3, 5^3, 6^3, 7^3, 8^3$  هستند (تعداد ۵ تا).

۱۴۱ اگر  $3^x = 5$  و  $xy = 1$  باشد، حاصل  $125^y - 5$  کدام است؟

- ۱) ۲۲      ۲) ۲۵      ۳) ۱۲۰      ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۱

$$3^x = 5 \rightarrow (3^x)^y = (5^y) \rightarrow 3^{xy} = 5^y \xrightarrow{xy=1} 3^1 = 5^y \quad *$$

$$125^y - 5 = (5^3)^y - 5 = (5^y)^3 - 5 \xrightarrow{*} 3^3 - 5 = +22$$

۱۴۲ اگر  $16^x = 8^{665} + 4^{997} + 2^{1994}$  باشد، مقدار  $x$  برابر است با:

- ۱) ۷۷۹      ۲) ۴۹۹      ۳) ۴۴۹      ۴) ۳۹۹

پاسخ: گزینه ۲

$$2^{1994} + 4^{997} + 8^{665} = 2^{1994} + (2^2)^{997} + (2^3)^{665} = 2^{1994} + 2^{1994} + 2^{1995} = 2^{1994} (1 + 1 + 2) = 2^{1994} \underbrace{(4)}_{4=2^2} = 2^{1996}$$

$$\rightarrow 2^{1996} = 16^x = 2^{4x} \rightarrow 1996 = 4x \rightarrow x = 499$$

۱۴۳ اگر  $4^a = 8^b$  و  $2a + b = 20$  باشد، آنگاه  $b$  کدام است؟

- ۱) ۴      ۲) ۶      ۳) ۵      ۴) ۷

پاسخ: گزینه ۳

$$4^a = 8^b \rightarrow (2^2)^a = (2^3)^b \rightarrow 2^{2a} = 2^{3b} \rightarrow 2a = 3b \quad *$$

$$\boxed{2a} + b = 20 \xrightarrow{*} \boxed{3b} + b = 20 \rightarrow 4b = 20 \rightarrow b = 5$$

۱۴۴ در عبارت  $25^{4x-3} \times 5^{x-12} = 1$ ، مقدار  $x$  کدام است؟

- ۱) ۲      ۲) -۲      ۳)  $\pm 2$       ۴) -۱

پاسخ: گزینه ۱

$$25^{4x-3} \times 5^{x-12} = 1 \rightarrow (5^2)^{4x-3} \times 5^{x-12} = 1 \rightarrow 5^{2(4x-3)} \times 5^{x-12} = 5^0 \rightarrow 5^{(8x-6)+(x-12)} = 5^0 \rightarrow 9x - 18 = 0$$

$$\rightarrow 9x = 18 \rightarrow x = 2$$

۱۴۵ اگر  $2904 = 2 \times 10^a + 9 \times 10^b + b \times 10^c$  باشد، مقدار  $a + b + 2c$  کدام است؟

- ۱) ۷      ۲) ۹      ۳) ۸      ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

$$2904 = 2000 + 900 + 4 = 2 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 4 \times 10^0$$

با تطابق دادن با صورت مسئله داریم:

$$a = 3, b = 4, c = 0$$

$$a + b + 2c = 3 + 4 + 0 = 7 \text{ بنابراین}$$

۱۴۶ حاصل جذر کدام یک از اعداد زیر بزرگ‌ترین عدد اول یک رقمی است؟

- ۱) ۸      ۲) ۴۹      ۳) ۲۵      ۴) ۱۴

پاسخ: گزینه ۲ بزرگ‌ترین عدد اول یک رقمی ۷ است  $\leftarrow 7^2 = 49$ ۱۴۷ اگر  $a = -14 - \sqrt{13}$  باشد، کدام گزینه درست است؟

- ۱)  $-15 < a < -14$       ۲)  $-16 < a < -15$       ۳)  $-17 < a < -16$       ۴)  $-18 < a < -17$

پاسخ: گزینه ۴

$$a = -14 - \sqrt{13} = -14 - 3.6 = -17.6 \Rightarrow -17.6 < -7 < -6.6$$

۱۴۸  $1 - 2\sqrt{8}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- (۱)  $-7$  و  $-6$       (۲)  $-3$  و  $-4$       (۳)  $-4$  و  $-5$       (۴)  $-5$  و  $-6$

پاسخ: گزینه ۱

$$-2\sqrt{8} - 1 \approx -2 \times 2.8 - 1 = -6.6 \Rightarrow -7 < -6.6 < -6$$

۱۴۹ عدد  $1 - \sqrt{3}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- (۱)  $1$  و  $0$       (۲)  $-1$  و  $0$       (۳)  $1$  و  $2$       (۴)  $-2$  و  $-1$

پاسخ: گزینه ۲

$$1 - \sqrt{3} \approx 1 - 1.7 = -0.7 \Rightarrow -1 < -0.7 < 0$$

۱۵۰ اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کردیم. کدام عدد از لحاظ بزرگی وسط قرار می گیرد؟

- (۱)  $\sqrt{27} - 1$       (۲)  $\sqrt{12}$       (۳)  $3\sqrt{4}$       (۴)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$
- (۱)  $4 + \sqrt{5}$       (۲)  $\sqrt{12}$       (۳)  $3\sqrt{4}$       (۴)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 1.4 + 1.7 = 3.1 \\ 3 \times \sqrt{4} = 3 \times 2 = 6 \\ \sqrt{12} \approx 3.4 \\ 4 + \sqrt{5} \approx 4 + 2.2 = 6.2 \\ \sqrt{27} - 1 \approx 5.1 - 1 = 4.1 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{3}, \sqrt{12}, \sqrt{27} - 1, 3\sqrt{4}, 4 + \sqrt{5}$$

۱۵۱ چه تعداد از اعداد زیر، از ۱۰ بزرگ ترند؟

- (۱)  $1$       (۲)  $2$       (۳)  $3$       (۴)  $4$
- (۱)  $7\sqrt{2}$       (۲)  $6\sqrt{3}$       (۳)  $5\sqrt{5}$       (۴)  $4\sqrt{7}$       (۵)  $3\sqrt{11}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} 3\sqrt{11} &= \sqrt{99} < 10, & 4\sqrt{7} &= \sqrt{112} > 10, \\ 5\sqrt{5} &= \sqrt{125} > 10, & 6\sqrt{3} &= \sqrt{108} > 10, \\ 7\sqrt{2} &= \sqrt{98} < 10. \end{aligned}$$

۱۵۲ اگر جذر عددی  $1.7$  و باقی مانده‌ی جذر  $0.3$  باشد، آن عدد کدام است؟

- (۱)  $2.29$       (۲)  $2.92$       (۳)  $3.12$       (۴)  $3.29$

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{امتحان جذر} = (1.7 \times 1.7) + 0.3 = 2.92$$

۱۵۳ از اعداد  $a$  و  $b$  جذر گرفتیم و به ترتیب اعداد  $7.2$  و  $6.5$  را به دست آورده‌ایم. اختلاف  $a$  و  $b$  تقریباً چقدر است؟

- (۱)  $8.59$       (۲)  $9.29$       (۳)  $9.37$       (۴)  $9.59$

پاسخ: گزینه ۴

$$a = 7,2 \times 7,2 = 51,84 \Rightarrow 51,84 - 42,25 = 9,59$$

$$b = 6,5 \times 6,5 = 42,25$$

۱۵۴ قطر مربعی  $\sqrt{800}$  است. محیط این مربع چقدر است؟

۴۰۰ (۴)

۱۶۰ (۳)

۸۰ (۲)

۴۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{مساحت مربع} = \frac{(\text{قطر})^2}{2} \Rightarrow \text{مساحت مربع} = \frac{(\sqrt{800})^2}{2} = \frac{800}{2} = 400$$

$$\text{محیط} = 80 \Rightarrow 4 \times 20 = 80 \Rightarrow \text{هر ضلع مربع} = 20 \Rightarrow \sqrt{400} = 20$$

۱۵۵ مساحت دایره‌ای  $37,68$  سانتی‌متر مربع است. محیط این دایره بر حسب  $\pi$  کدام است؟

$4\sqrt{3}\pi$  (۴)

$\sqrt{3}\pi$  (۳)

$4\pi$  (۲)

$\sqrt{2}\pi$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$37,68 \div 3,14 = 12 \text{ شعاع}$$

$$\Rightarrow \sqrt{12} \text{ دایره} \Rightarrow \text{محیط} = \pi \times \text{قطر} = 2\sqrt{12} \times \pi = 4\sqrt{3}\pi$$

۱۵۶ اگر ارتفاع هر وجه هرمی مربع‌القاعده‌ای برابر  $2\sqrt{2}$  سانتی‌متر و مساحت قاعده‌ی آن  $8$  سانتی‌متر مربع باشد. مساحت جانبی آن چند سانتی‌متر مربع است؟

۳۲ (۴)

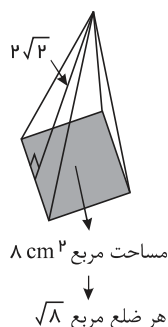
۱۶ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مساحت هر وجه هرم:



$$S = \frac{2\sqrt{2} \times \sqrt{8}}{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$$

$$\Rightarrow 4 \times 4 = 16 \text{ مساحت جانبی هرم}$$

۱۵۷ استوانه‌ای به شعاع قاعده‌ی  $15^3$  و ارتفاع  $4^8 \times 3^5$  مفروض است. اگر حجم استوانه را با  $V$  نشان دهیم، حاصل جذر  $V$  کدام است؟ ( $\pi \simeq 3$ )

$3^9 \times 5^3 \times 2^8$  (۴)

$3^9 \times 5^3 \times 2^{16}$  (۳)

$5^5 \times 3^{10} \times 2^{14}$  (۲)

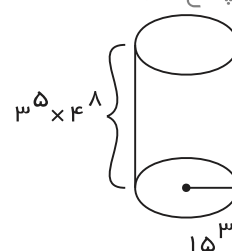
$3^6 \times 5^3 \times 2^8$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\text{ارتفاع} = \pi \times \text{شعاع} \times \text{شعاع} = V \text{ حجم استوانه}$$

$$V = 15^3 \times 15^3 \times 3 \times (3^5 \times 4^8) = 15^6 \times 3^6 \times 4^8$$

$$\Rightarrow \sqrt{V} = 15^3 \times 3^3 \times 2^8 = 3^3 \times 5^3 \times 3^3 \times 2^8 = 2^8 \times 3^6 \times 5^3$$



۱۵۸ عدد ۳٫۲۴ را به مجذور عددی اضافه کردیم. عدد ۱۷۲٫۲۴ به دست آمد. آن عدد کدام است؟

۱۴٫۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲٫۵۱ (۲)

۱۱٫۲۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$x^2 + 3.24 = 172.24 \Rightarrow x^2 = 172.24 - 3.24 = 169 \Rightarrow x^2 = 169 \Rightarrow x = 13$$

۱۵۹ اگر در شکل زیر مربع‌ها باهم برابر بوده و مساحت کل شکل،  $280 \text{ cm}^2$  باشد، محیط قسمت هاشورخورده، به کدام عدد



زیر، نزدیک‌تر است؟

۱۱۲cm (۲)

۱۰۶cm (۱)

۱۲۶cm (۴)

۱۱۶cm (۳)

پاسخ: گزینه ۱

$$280 \div 10 = 28 \Rightarrow \text{مساحت هر مربع کوچک} = 28 \Rightarrow \sqrt{28} \approx 5.3$$

۵ مربع هاشور خورده داریم:

تعداد مربع‌های

هاشورخورده

$$5 \times 4 \times 5.3 \approx 106$$

هر مربع

۴ ضلع دارد.

۱۶۰ اگر برای کادو کردن یک جعبه‌ی مکعب شکل، حداقل ۷۲۶ سانتی‌متر مربع، کاغذ مصرف کرده باشیم، اندازه‌ی ضلع این

مکعب چند سانتی‌متر است؟

۱۲cm (۴)

۱۱cm (۳)

۱۰cm (۲)

۹cm (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$726 \div 6 = 121 \Rightarrow \text{مساحت هر وجه مکعب} = 121 \Rightarrow \sqrt{121} = 11$$

۱۶۱ شکل زیر، دو مربع را نشان می‌دهد. ضلع مربع کوچک  $3\sqrt{7}$  سانتی‌متر و ضلع مربع بزرگ  $7\sqrt{3}$  سانتی‌متر است. مساحت



قسمت رنگی چقدر است؟

۷۴cm<sup>۲</sup> (۴)۷۶cm<sup>۲</sup> (۳)۸۶cm<sup>۲</sup> (۲)۸۴cm<sup>۲</sup> (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} S_{\text{مربع بزرگ}} &= (7\sqrt{3})^2 = 49 \times 3 = 147 \\ S_{\text{مربع کوچک}} &= (3\sqrt{7})^2 = 9 \times 7 = 63 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{\text{رنگی}} = 147 - 63 = 84 \text{ cm}^2$$

۱۶۲ جذر حاصل عبارت  $\sqrt{(25-16)^4}$  کدام گزینه است؟

-۳ (۴)

 $\sqrt{9}$  (۳)

۹ (۲)

 $9^2$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲ توجه کنید مسئله جذر عبارت  $\sqrt{(25-16)^4}$  را خواسته است. لذا ابتدا مقدار این عبارت را به دست می‌آوریم و سپس جذر آن را

محاسبه می‌کنیم.

$$\sqrt{(25-16)^4} = \sqrt{9^4} = 9^2 \Rightarrow \sqrt{9^2} = 9$$

۱۶۳ کدام عدد از بقیه کوچک‌تر است؟

 $1 + \sqrt{17}$  (۴) $3\sqrt{3}$  (۳)

۵ (۲)

 $\sqrt{26}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{26} \approx 5,1 \\ 3\sqrt{3} \approx 3 \times 1,7 = 5,1 \\ 1 + \sqrt{17} \approx 1 + 4,1 = 5,1 \end{array} \right\} \rightarrow \text{عدد ۵ از همه کوچک تر است}$$

۱۶۴ اگر  $a = \sqrt{18}$  و  $b = \sqrt{2}$  باشد، حاصل عبارت مقابل کدام گزینه است؟

$$\frac{a^2 + b^2 + 2ab}{2b^2}$$

$$32\sqrt{18} \quad \text{④}$$

$$8 \quad \text{③}$$

$$32\sqrt{2} \quad \text{②}$$

$$32 \quad \text{①}$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{(\sqrt{18})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{18}}{2 \times (\sqrt{2})^2} = \frac{18 + 2 + 2\sqrt{36}}{2 \times 2} = \frac{20 + 2 \times 6}{4} = \frac{20 + 12}{4} = \frac{32}{4} = 8$$

۱۶۵ در عبارت  $\frac{\sqrt{abc}}{\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc}}$  اگر  $a = b = c = 1$  باشد، حاصل کدام گزینه می باشد؟

$$\text{صفر} \quad \text{④}$$

$$1 \quad \text{③}$$

$$\frac{1}{3} \quad \text{②}$$

$$3 \quad \text{①}$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{\sqrt{1 \times 1 \times 1}}{\sqrt{1 \times 1} + \sqrt{1 \times 1} + \sqrt{1 \times 1}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{1} + \sqrt{1} + \sqrt{1}} = \frac{1}{1 + 1 + 1} = \frac{1}{3}$$

۱۶۶ باتوجه به جدول زیر کدام نتیجه گیری نادرست است؟

| عدد   | ۷  | ۷,۱   | ۷,۲   | ۷,۳   | ۷,۴   | ۷,۵   | ۷,۶   | ۷,۷   |
|-------|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| مجذور | ۴۹ | ۵۰,۴۱ | ۵۱,۸۴ | ۵۳,۲۹ | ۵۴,۷۶ | ۵۶,۲۵ | ۵۷,۷۶ | ۵۹,۲۹ |

$$\sqrt{59} \approx 7,7 \quad \text{④}$$

$$\sqrt{55} \approx 7,4 \quad \text{③}$$

$$\sqrt{60} \approx 7,6 \quad \text{②}$$

$$\sqrt{52} \approx 7,2 \quad \text{①}$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{60} \approx 7,7$$

۱۶۷ جذر کدام یک از اعداد زیر از خود آن عدد بزرگ تر می باشد؟

$$\frac{25}{4} \quad \text{④}$$

$$49 \quad \text{③}$$

$$1,21 \quad \text{②}$$

$$\frac{1}{9} \quad \text{①}$$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{25}{4} > 1 \quad 49 > 1$$

$$1,21 > 1 \quad 0 < \frac{1}{9} < 1$$

۱۶۸ کدام گزینه درست نیست؟

② عدد طبیعی وجود دارد که جذرش با خودش برابر است.

① جذر هیچ عدد طبیعی از خودش بزرگ تر نمی شود.

④ اعداد منفی جذر ندارند.

③ جذر اعداد طبیعی از خودشان کوچک تر هستند.

پاسخ: گزینه ۳  $\sqrt{1} = 1$

۱۶۹ باتوجه به جدول زیر حاصل  $\sqrt{34}$  کدام گزینه است؟

| عدد   | ۵٫۵   | ۵٫۶   | ۵٫۷   | ۵٫۸   | ۵٫۹   | ۶  |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----|
| مجدور | ۳۰٫۲۵ | ۳۱٫۳۶ | ۳۲٫۴۹ | ۳۳٫۶۴ | ۳۴٫۸۱ | ۳۶ |

۵٫۹۹ (۴)

۵٫۹ (۳)

۵٫۸ (۲)

۵٫۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

۱۷۰ شکل زیر از ۴ مربع مساوی تشکیل شده است. اگر مساحت کل شکل ۱۰۰ سانتی متر مربع باشد اندازه‌ی هر ضلع مربع‌های کوچک چند سانتی متر است؟



۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

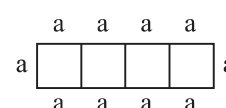
۱۰ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\text{مساحت کل شکل} = 4 \times (a \times a) = 4a^2 = 100$$

$$a^2 = \frac{100}{4} = 25 \Rightarrow a = \sqrt{25} = 5$$

۱۷۱ پاسخ معادله‌ی  $x^2 - 36 = 0$  برابر است با: $\pm 6$  (۴)

+۶ (۳)

-۶ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ معادله دو جواب دارد.

$$x^2 - 36 = 0 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6 \text{ یا } x = 6, x = -6$$

۱۷۲ مقدار عبارت  $\sqrt{-(-9)^3}$  برابر است با: $-3^3$  (۴) $3^3$  (۳)

۹ (۲)

(۱) جذر ندارد.

پاسخ: گزینه ۳ می‌دانیم:  $(-9)^3 = -9^3$ 

$$\sqrt{-(-9)^3} = \sqrt{+9^3} = \sqrt{(3^2)^3} = \sqrt{3^6} = 3^3$$

۱۷۳ حاصل عبارت روبه‌رو برابر است با:

$$\sqrt{1,6 \times 0,009}$$

۰٫۱۲ (۴)

۱٫۲ (۳)

۱٫۰۲ (۲)

۰٫۰۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{1,6 \times 0,009} = \sqrt{16 \times 0,1 \times 9 \times 0,001}$$

$$= \sqrt{16 \times 9 \times 0,0001} = 4 \times 3 \times 0,01 = 12 \times 0,01 = 0,12$$

۱۷۴ اگر طول مستطیلی برابر  $12a$ ، عرض آن  $5a$  و مساحت این مستطیل  $240$  سانتی متر مربع باشد، محیط این مستطیل کدام گزینه است؟

۱۴cm (۴)

۶۸cm (۳)

۲۴cm (۲)

۳۴cm (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\text{مساحت مستطیل} = 12a \times 5a = 240 \Rightarrow 60a^2 = 240 \Rightarrow a^2 = \frac{240}{60} = 4 \Rightarrow a = \sqrt{4} = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{طول مستطیل } 12a = 12 \times 2 = 24cm \\ \text{عرض مستطیل } 5a = 5 \times 2 = 10cm \end{array} \right\} \text{محیط: } 2(24 + 10) = 68cm$$

۱۷۵ حاصل عبارت  $\sqrt{2^{100} - 2^{99} - 2^{98}}$  کدام گزینه است؟

- ۱  $2^0$       ۲  $2^{98}$       ۳  $2^{49}$       ۴  $2^{99}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned}\sqrt{2^2 \times 2^{98} - 2 \times 2^{98} - 2^{98}} &= \sqrt{4 \times 2^{98} - 2 \times 2^{98} - 1 \times 2^{98}} \\ &= \sqrt{(4 - 2 - 1) \times 2^{98}} = \sqrt{2^{98}} = 2^{49}\end{aligned}$$

۱۷۶ حاصل عبارت  $\sqrt{\frac{0.0009}{0.16 \times 250}}$  برابر است با:

- ۱  $0.06$       ۲  $0.015$       ۳  $0.18$       ۴  $0.45$

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{(0.03)^2}{16 \times 0.001 \times 25 \times 10}} &= \sqrt{\frac{(0.03)^2}{0.01 \times 16 \times 25}} = \frac{0.03}{0.1 \times 4 \times 5} \\ &= \frac{0.03}{2.0} = \frac{\frac{3}{100}}{\frac{2}{1}} = \frac{3 \times 1}{2 \times 100} = 0.015\end{aligned}$$

۱۷۷ حاصل عبارت  $\sqrt{6^2 + 5^2 + 7^2 + 11^2}$  کدام گزینه است؟

- ۱  $6 + 5 + 7 + 11$       ۲  $6 \times 5 \times 7 \times 11$       ۳  $\sqrt{231}$       ۴  $6 \times 2 + 5 \times 2 + 7 \times 2 + 11 \times 2$

پاسخ: گزینه ۳

$$\sqrt{36 + 25 + 49 + 121} = \sqrt{231}$$

۱۷۸ حاصل عبارت  $\sqrt{\frac{4^4 \times 3^4}{4^2 \times 4^2}} \div \sqrt{\sqrt{100} - 19}$  کدام گزینه است؟

- ۱ ۱      ۲ ۳      ۳  $\frac{1}{3}$       ۴  $\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{\frac{\cancel{4^4} \times 3^4}{\cancel{4^2} \times \cancel{4^2}}} \div \sqrt{\sqrt{100}} = \sqrt{3^4} \div \sqrt{9} = 3^2 \div 3 = 3$$

۱۷۹ در تساوی  $1 = \frac{\sqrt{\sqrt{a}}}{3}$  به جای  $a$  چه عددی می‌باشد؟

- ۱ ۹      ۲ ۲۷      ۳ ۸۱      ۴ ۳

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{\sqrt{\sqrt{a}}}{3} = 1 \Rightarrow (\sqrt{\sqrt{a}})^2 = (3)^2 \Rightarrow \sqrt{a} = 9 \Rightarrow (\sqrt{a})^2 = 9^2 \Rightarrow a = 81$$



۱۸۰ مقدار دقیق جذر روبه‌رو، کدام گزینه است؟

$$\sqrt{41 - \sqrt{20 + \sqrt{25}}}$$

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{41 - \sqrt{20 + \sqrt{25}}} = \sqrt{41 - \sqrt{20 + 5}} = \sqrt{41 - \sqrt{25}} = \sqrt{41 - 5} = \sqrt{36} = 6$$

۱۸۱ مقدار دقیق جذر مقابل، کدام گزینه است؟

$$\sqrt{(1,5)^2 - (1,2)^2}$$

۰٫۷ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۰٫۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\sqrt{(1,5)^2 - (1,2)^2} = \sqrt{2,25 - 1,44} = \sqrt{0,81} = 0,9$$

۱۸۲ مقدار تقریبی عبارت  $\sqrt{4,3} + 4$  تا یک رقم اعشار کدام گزینه است؟

۴٫۹ (۴)

۲٫۹ (۳)

۲٫۸ (۲)

۴٫۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\sqrt{4,3} + 4 = \sqrt{8,3} \simeq 2,9$$

۱۸۳ حاصل عبارت  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{2^8}} + \sqrt{\sqrt{81}} - \sqrt{\sqrt{625}}}$  کدام گزینه است؟

۵ (۴)

۰ (۳)

۱۰ (۲)

-۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\sqrt{\sqrt{2^8}}} &= \sqrt{\sqrt{2^4}} = \sqrt{2^2} = 2 \\ \sqrt{\sqrt{81}} &= \sqrt{9} = 3 \\ \sqrt{\sqrt{625}} &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 + 3 - 5 = 0$$

۱۸۴ حاصل عبارت  $A = 3\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{25}}}$  برابر کدام گزینه است؟

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} 3\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{25}}}} &= 3\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5 \times 5}}} = 3\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{25}}} \\ &= 3\sqrt{5\sqrt{5 \times 5}} = 3\sqrt{5\sqrt{25}} = 3\sqrt{5 \times 5} = 3\sqrt{25} = 3 \times 5 = 15 \end{aligned}$$

۱۸۵ حاصل عبارت  $\sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{99}{100}}$  برابر است با:

۰٫۱ (۴)

۰٫۰۱ (۳)

۰٫۰۰۱ (۲)

۰٫۰۰۰۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{\frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{4} \times \dots \times \frac{\cancel{99}}{100}} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10} = 0,1$$

۱۸۶ حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3^{47} + 3^{46}}}{3^{20} + 3^{20}}$$

۸۱ (۴)

۲۷ (۳)

۹ (۲)

۳ (۱)

گزینه ۳: پاسخ

$$\frac{\sqrt{3^{47} + 3^{46}}}{3^{20} + 3^{20}} = \frac{\sqrt{3 \times 3^{46} + 3^{46}}}{2 \times 3^{20}} = \frac{\sqrt{4 \times 3^{46}}}{2 \times 3^{20}} = \frac{2 \times 3^{23}}{2 \times 3^{20}} = 3^3 = 27$$

۱۸۷ با توجه به اطلاعات جدول زیر، حاصل  $0,0625 \times 0,0390625$  به صورت یک عدد توان کدام است؟

| عدد   | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{16}$ |
|-------|----------------|---------------|----------------|
| مجذور | $0,0625$       | $0,015625$    | $0,00390625$   |

$0,5^8$  (۴)

$-\frac{1}{64}^2$  (۳)

$0,25^6$  (۲)

$\frac{1}{8}^2$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$0,0625 \times 0,0390625 = \left(\frac{-1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{16}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^6 = 0,25^6$$

۱۸۸ حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

$$\frac{\sqrt{25^2 - 15^2}}{\sqrt{\sqrt{256}}} = ?$$

$\frac{5}{4}$  (۴)

۵ (۳)

$\frac{5}{8}$  (۲)

۲٫۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{625 - 225} = \sqrt{400} = 20$$

$$\sqrt{\sqrt{256}} = \sqrt{16} = 4$$

بنابراین:

$$\frac{\sqrt{25^2 - 15^2}}{\sqrt{\sqrt{256}}} = \frac{20}{4} = 5$$

۱۸۹ حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\sqrt{\frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \dots \times \frac{399}{400}}$$

۰٫۱ (۴)

 $\frac{1}{400}$  (۳) $\frac{1}{20}$  (۲)

۰٫۰۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا حاصل عبارت زیر را بدست می‌آوریم:

$$\frac{4}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{6}} \times \frac{\cancel{6}}{\cancel{7}} \dots \times \frac{\cancel{399}}{400} = \frac{4}{400} = \frac{1}{100}$$

$$\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10} = 0,1$$

۱۹۰ با توجه به جدول روبه‌رو، حاصل عبارت  $\sqrt{10 \sqrt{28,09} - 23,84}$  برابر با کدام است؟

| عدد   | ۵٫۱   | ۵٫۲   | ۵٫۳   | ۵٫۴   |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| مجذور | ۲۶٫۰۱ | ۲۷٫۰۴ | ۲۸٫۰۹ | ۲۹٫۱۶ |

۵٫۴ (۴)

۵٫۳ (۳)

۵٫۲ (۲)

۵٫۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ با توجه به اطلاعات جدول  $\sqrt{28,09} = 5,3$ ، بنابراین خواهیم داشت:

$$\sqrt{10 \sqrt{28,09} - 23,84} = \sqrt{10 \times 5,3 - 23,84} = \sqrt{53 - 23,84} = \sqrt{29,16} = 5,4$$

۱۹۱ اگر  $x^3 + 10 = 15$  باشد، حاصل  $\sqrt{x^6 - 9}$  کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$x^3 = 15 - 10 \Rightarrow x^3 = 5 \Rightarrow x^6 = x^3 \times x^3 = 5 \times 5 = 25 \Rightarrow x^6 = 25 \quad (1)$$

$$\sqrt{x^6 - 9} \stackrel{(1)}{=} \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

۱۹۲ جذر عددی برابر عددی طبیعی است. برای رقم یکان این عدد چند تا از ارقام ۱، ۲، ۳، ۵ و ۷ امکان پذیر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$1^2 = \boxed{1}$$

$$2^2 = \boxed{4}$$

$$3^2 = \boxed{9}$$

$$4^2 = \boxed{16}$$

$$5^2 = \boxed{25}$$

$$6^2 = \boxed{36}$$

$$7^2 = \boxed{49}$$

$$8^2 = \boxed{64}$$

$$9^2 = \boxed{81}$$

۱۹۳ جذر عدد ۵۰۰۰۰۰۰۰ به کدام یک از اعداد زیر نزدیک تر است؟

۷۲۰۰ (۴)

۷۱۰۰ (۳)

۷۰۰۰ (۲)

۶۹۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$50000000 = 5 \times 10^7 \Rightarrow \sqrt{5 \times 10^7} = 10^3 \sqrt{50} \simeq 10^3 \times 7,07 = 7070 \quad \text{به } 7100 \text{ نزدیک تر است}$$

۱۹۴ اگر جذر  $A$  تا یک رقم اعشار برابر ۱۵٫۱ و باقی مانده آن برابر ۱٫۲ باشد،  $A$  کدام است؟

- ۱) ۲۰۷٫۳۱      ۲) ۲۲۶٫۲      ۳) ۲۲۹٫۲۱      ۴) ۲۳۵٫۰۴

پاسخ: گزینه ۳

$$A = (15,1) \times (15,1) + 1,2 = 229,21$$

۱۹۵ عددی را دو برابر کرده و سپس با ۵ جمع می‌کنیم. اگر از جذر عدد به دست آمده یک واحد کم کنیم به ۸ می‌رسیم. آن عدد

کدام است؟

- ۱) -۱      ۲) ۱۵      ۳) ۳۰      ۴) ۳۸

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{2x+5}-1=8 \rightarrow \sqrt{2x+5}=9 \rightarrow 2x+5=81 \rightarrow 2x=76 \rightarrow x=38$$

۱۹۶ جذر عددی، نصف  $\frac{2^4}{\sqrt{16}}$  است. دو برابر مجذور این عدد کدام است؟

- ۱) ۸      ۲) ۳۲      ۳) ۶۴      ۴) ۱۲۸

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{2^4}{\sqrt{16}} = \frac{16}{4} = 4 \xrightarrow{\text{نصف}} 2$$

$$2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$$

۱۹۷ اگر  $n$  عددی صحیح باشد، به ازای چند مقدار برای  $n$  بین  $\sqrt{n}$  و  $\sqrt{n+1}$  عددی صحیح وجود دارد؟

- ۱) صفر      ۲) ۱      ۳) ۳      ۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینه ۱ بزرگ‌تر مساوی صفر می‌تواند باشد، چون عدد منفی زیر رادیکال قرار نمی‌گیرد.

همچنین به ازای  $n$  های بزرگ‌تر مساوی صفر اعداد زیر را داریم که بین هیچ‌کدام از  $\sqrt{n+1}$  و  $\sqrt{n}$  ها عددی صحیح وجود ندارد.

$$n=0 \Rightarrow 0, 1 \Rightarrow \text{وجود ندارد}$$

$$n=1 \Rightarrow 1, \sqrt{2} \Rightarrow \text{وجود ندارد}$$

$$n=2 \Rightarrow \sqrt{2}, \sqrt{3} \Rightarrow \text{وجود ندارد}$$

۱۹۸ کدام یک از عبارتهای زیر صحیح است؟

- ۱)  $2 < \sqrt{15} < 3$       ۲) مجذور عدد  $(-3)$  عدد  $(-9)$  است.  
۳) جذر عدد  $(-25)$  عدد  $(-5)$  است.      ۴) عدد  $2^8$  مجذور عدد  $4^2$  است.

پاسخ: گزینه ۴

$$2^8 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^4 = 4^2 \times 4^2$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\text{گزینه ۱: } 3 < \sqrt{15} < 4$$

$$\text{گزینه ۲: } \text{مجزور عدد } (-3) \text{ عدد } 9 \text{ است.}$$

$$\text{گزینه ۳: } \text{اعداد منفی جذر ندارند.}$$

۱۹۹ مقدار عددی  $\sqrt{\frac{3x+14y}{4x^2-9y^2+1}}$  به ازای  $x=2$  و  $y=-3$  کدام است؟

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{3}{4}$       ③  $4$       ④  $\frac{4}{3}$

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{\frac{3x+14y}{4x^2-9y^2+1}} = \sqrt{\frac{3(2)+14(-3)}{4(2)^2-9(-3)^2+1}} = \sqrt{\frac{6-42}{16-81+1}} = \sqrt{\frac{-36}{-64}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{64}} \Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

۲۰۰ قرینه‌ی معکوس عبارت  $\sqrt[3]{29 - \sqrt{\sqrt{48} \div \sqrt{3}}}$  چند است؟

- ①  $3$       ②  $9$       ③  $\frac{-1}{3}$       ④  $\frac{-1}{9}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\sqrt[3]{29 - \sqrt{\sqrt{48} \div \sqrt{3}}} = \sqrt[3]{29 - \sqrt{\sqrt{16}}} = \sqrt[3]{27} = 3$$

$\frac{-1}{3}$  : قرینه معکوس

۲۰۱ اگر  $a$  ریشه دوم ۲۵ و  $b$  ریشه دوم ۳۶ باشد،  $a+b$  چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

- ①  $11$       ②  $2$       ③  $4$       ④  $1$

پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} \text{ریشه‌های دوم ۲۵: } +5, -5 \\ \text{ریشه‌های دوم ۳۶: } +6, -6 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} +5+6=11, -5+6=+1 \\ +5-6=-1, -5-6=-11 \end{array}$$

۲۰۲ چه تعداد از اعداد  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{11}$  و  $10$  بزرگ‌ترند؟

- ①  $2$       ②  $3$       ③  $4$       ④  $5$

پاسخ: گزینه ۱

$$9 < 11 < 16 \rightarrow 3 < \sqrt{11} < 4 \xrightarrow{\times 3} 9 < 3\sqrt{11} < 12$$

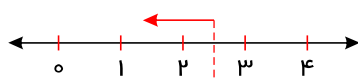
$$4 < 7 < 9 \rightarrow 2 < \sqrt{7} < 3 \xrightarrow{\times 4} 8 < 4\sqrt{7} < 12$$

$$4 < 5 < 9 \rightarrow 2 < \sqrt{5} < 3 \xrightarrow{\times 5} 10 < 5\sqrt{5} < 15 \rightarrow 5\sqrt{5} \text{ بزرگتر از } 10 \text{ است. } \checkmark$$

$$1 < 3 < 4 \rightarrow 1 < \sqrt{3} < 2 \xrightarrow{\times 6} 6 < 6\sqrt{3} < 12 \checkmark$$

$$1 < 2 < 4 \rightarrow 1 < \sqrt{2} < 2 \xrightarrow{\times 7} 7 < 7\sqrt{2} < 14 \times$$

برای اینکه بدون حساب کردن مقدار جذر عددها، جای تقریبی آن‌ها را بیایم، به توضیح زیر دقت کنید.



روی محور، عدد ۲ به یک نزدیک‌تر است تا ۴. چون از نصف کمتر است پس  $\sqrt{2}$  نیز به یک نزدیک‌تر است چون  $(1.5)^2 = 2.25$  پس  $2 < (1.5)^2$

پس:  $1.5 < \sqrt{2} < 2$ . مابقی گزینه‌ها هم به همین صورت توجیه می‌شوند. علاوه بر آن با پیدا کردن مقدار تقریبی هر کدام از عددها می‌توانیم بزرگی یا کوچکی آن‌ها را حدس بزنیم.

۲۰۳ معکوس عبارت  $\sqrt{\frac{28}{18}} \times \frac{\sqrt{125} \times \sqrt{32}}{\sqrt{35} \times 27} \div \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{3}}$  برابر است با:

$\frac{27}{20}$  (۴)

۱٫۵ (۳)

$\frac{20}{27}$  (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{\frac{28}{18}} \times \frac{\sqrt{125} \times \sqrt{32}}{\sqrt{35} \times 27} \div \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cancel{\times 7} \times 5 \cancel{\times 5} \times 4 \cancel{\times 2}}{3 \cancel{\times 2} \times \cancel{\times 5} \times \cancel{\times 7} \times 3 \sqrt{3}} \div \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{10 \times 4}{9 \cancel{\times 3}} \times \frac{\cancel{\times 3}}{6} = \frac{40}{54} = \frac{20}{27}$$

$\frac{20}{27} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{27}{20}$

۲۰۴ اگر  $8^{x+2} = 10$  باشد، مقدار  $\sqrt{4^{3x+6} + 2^{3x+7} + 2^{(8^{x+2}-10)}}$  کدام است؟

۱۲۱ (۴)

۱۹ (۳)

۱۱ (۲)

۳۶۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$8^{x+2} = 10 \rightarrow (2^3)^{x+2} = 10 \rightarrow 2^{3x+6} = 10 \quad (1)$

$\xrightarrow{\times 2} 2^{3x+6} \times 2 = 20 \rightarrow 2^{3x+7} = 20 \quad (2)$

با جایگذاری (۱) و (۲) در رادیکال زیر داریم:

$$\sqrt{4^{3x+6} + 2^{3x+7} + 2^{(8^{x+2}-10)}} = \sqrt{(2^2)^{3x+6} + 2^{3x+7} + 2^0} = \sqrt{(2^{3x+6})^2 + 2^{3x+7} + 1} \xrightarrow{(1)} \sqrt{(10)^2 + 20 + 1} \xrightarrow{(2)} \sqrt{121} = 11$$