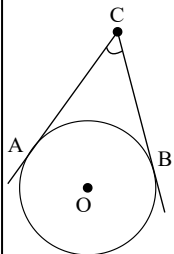


فصل نهم ریاضی هشتم

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: فصل نهم ریاضی هشتم

در شکل مقابل $\widehat{AB}$ چند درجه است؟ $\widehat{C} = 50^\circ$



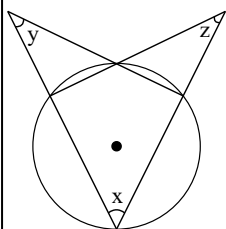
۱۱۰ ☐

۱۰۰ ☐

۱۳۰ ☐

۱۲۰ ☐

باتوجه به شکل مقدار x کدام گزینه است؟



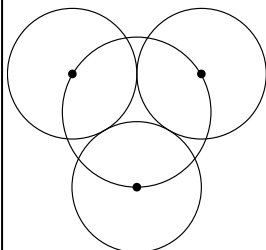
$2x + y + z = 180^\circ$ ☐

$x + y + z = 180^\circ$ ☐

$3x + y + z = 180^\circ$ ☐

$3x + 2y + 2z = 270^\circ$ ☐

سه دایره مساوی به شعاع $12cm$ ، دو به دو مماس خارجی هستند. اگر دایره‌ای رسم کنیم که از مرکز این سه دایره عبور کند، مساحت آن کدام است؟



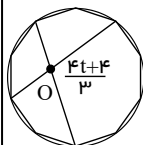
188π ☐

170π ☐

160π ☐

192π ☐

در شکل مقابل یک ده ضلعی در دایره محاط شده است. مقدار t کدام گزینه است؟



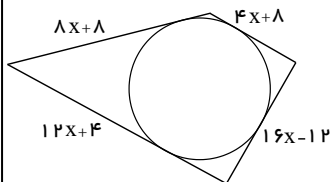
۹۵ ☐

۹۰ ☐

۸۵ ☐

۸۰ ☐

مقدار x در شکل مقابل کدام گزینه است؟



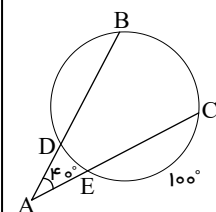
۳ ☐

۴ ☐

۱ ☐

۲ ☐

در شکل مقابل $\widehat{BC} = 2DE$ و $\widehat{EC} = 100^\circ$ و $\widehat{A} = 40^\circ$ ، اندازه $\widehat{DB}$ چند درجه است؟



20° ☐

160° ☐

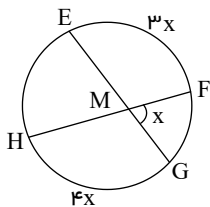
80° ☐

40° ☐



فصل نهم ریاضی هشتم

اندازه زاویه $\widehat{EMF}$ کدام است؟



۱۴۰ ☐

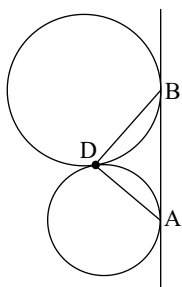
۴۰ ☐

۱۴۵ ☐

۴۵ ☐

۷

اگر دو دایره زیر مماس خارج باشند و نقطه D ، نقطه تماس این دو دایره و AB مماس مشترک دو دایره باشد در این صورت مثلث ADB چه نوع مثلثی است؟



قائم الزاویه ☐

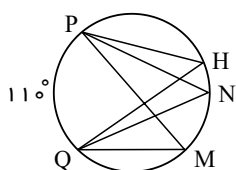
قائم الزاویه متساوی الساقین ☐

متساوی الساقین ☐

متساوی الاضلاع ☐

۸

در دایره مقابل، مقدار زاویه $\frac{H + N}{3}$ برابر است با:



۳۶٫۶ ☐

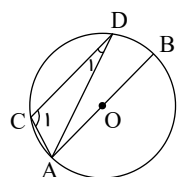
۳۰ ☐

۳۹ ☐

۳۳ ☐

۹

اگر در دایره روبه‌رو AB قطر دایره و دو وتر DC و AB موازی باشند مقدار $D_1 + C_1$ بر حسب AC کدام است؟



$\widehat{AC} + 90$ ☐

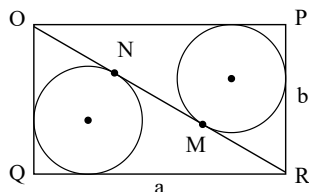
90 ☐

$90 + 2\widehat{AC}$ ☐

$90 - \widehat{AC}$ ☐

۱۰

چهارضلعی $OQPR$ مستطیل و دو دایره بر طول و عرض و یک قطر مستطیل مماس هستند. اگر طول مستطیل a و عرض آن b باشد، طول $\overline{MN}$ بر حسب a و b کدام گزینه است؟



$a^2 + b^2$ ☐

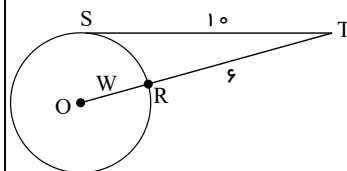
$a - b$ ☐

$b - a$ ☐

$\sqrt{a^2 + b^2}$ ☐

۱۱

فصل نهم ریاضی هشتم



در شکل مقابل ST بر دایره مماس است، مقدار W کدام گزینه است؟

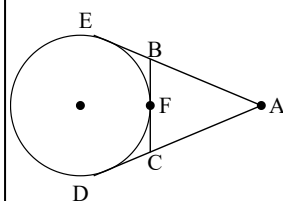
$$\frac{14}{5} \quad \text{۲}$$

$$\frac{5}{14} \quad \text{۱}$$

۱۲

$$\frac{16}{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{3}{16} \quad \text{۳}$$



در شکل مقابل $\overline{AE} = 25cm$ محیط مثلث ABC کدام است؟

$$40 \quad \text{۲}$$

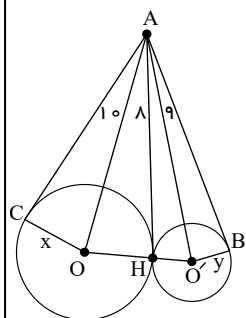
$$35 \quad \text{۱}$$

۱۳

$$45 \quad \text{۴}$$

$$50 \quad \text{۳}$$

در شکل مقابل پاره‌های AB و AC بر دایره مماس می‌باشد. طول پاره خط BO' و CO' به ترتیب کدام گزینه است؟
($OA = 10, O'A = 9, AH = 8$)



$$\sqrt{13.5} \quad \text{۲}$$

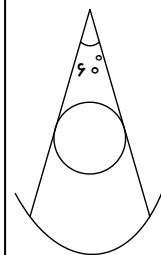
$$6, \sqrt{17} \quad \text{۱}$$

۱۴

$$\sqrt{17.6} \quad \text{۴}$$

$$5, \sqrt{13} \quad \text{۳}$$

شعاع دایره محاط در قطاعی به شعاع ۷ و زاویه 60° چقدر است؟



$$\frac{7}{2} \quad \text{۲}$$

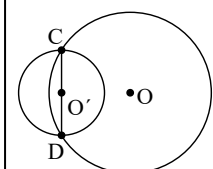
$$\frac{3}{7} \quad \text{۱}$$

۱۵

$$\frac{2}{7} \quad \text{۴}$$

$$\frac{7}{3} \quad \text{۳}$$

با توجه به شکل روبه‌رو OO' کدام است؟ ($r' = 17, r = 9, CD = 18$)



$$\sqrt{13} \quad \text{۲}$$

$$4\sqrt{13} \quad \text{۱}$$

۱۶

$$8\sqrt{13} \quad \text{۴}$$

$$2\sqrt{13} \quad \text{۳}$$

دورترین فاصله نقطه A از دایره‌ای به محیط 28.26 سانتی‌متر، برابر 16 سانتی‌متر است نزدیک‌ترین فاصله نقطه A از این دایره و شعاع دایره چند است؟

$$9.7 \quad \text{۴}$$

$$9.9 \quad \text{۳}$$

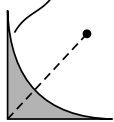
$$4.5.9 \quad \text{۲}$$

$$4.5.7 \quad \text{۱}$$

۱۷

فصل نهم ریاضی هشتم

ربع دایره است



با توجه به شکل روبه‌رو مساحت قسمت رنگی را بیابید.

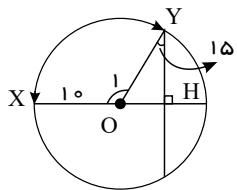
$$1 - \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$2 - \frac{\pi}{4} \quad (4)$$

$$1 + \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$1 - \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

۱۸



در شکل مقابل طول کمان $\widehat{XY}$ کدام گزینه است؟

$$\frac{6}{35}\pi \quad (2)$$

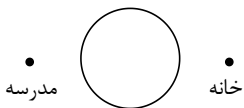
$$\frac{17}{4}\pi \quad (4)$$

$$\frac{35}{6}\pi \quad (1)$$

$$\frac{4}{17}\pi \quad (3)$$

۱۹

علی می‌خواهد از مدرسه به خانه برود ولی دقیقاً در وسط راه میدانی به قطر ۴ قرار دارد. اگر فاصله مدرسه تا خانه ۸ باشد، کمترین مسیری که علی می‌پیماید چقدر است؟



$$\sqrt{12} + \frac{2\pi}{3} \quad (4)$$

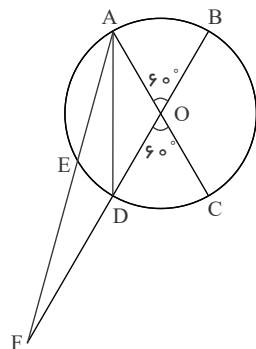
$$2\sqrt{12} + \frac{2\pi}{3} \quad (3)$$

$$12 - \frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$24 - \frac{\pi}{3} \quad (1)$$

۲۰

در دایره مقابل O مرکز دایره است و دو ضلع AD و FD با هم برابرند ($AD = FD$) اگر اندازه $\angle AOB = 60^\circ$ باشد اندازه کمان $\widehat{CDE}$ چقدر است؟



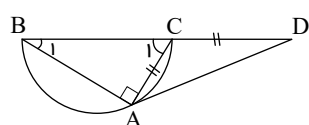
$$90 \quad (1)$$

$$30 \quad (2)$$

$$60 \quad (3)$$

$$15 \quad (4)$$

۲۱



اگر در شکل زیر $A > 90^\circ$ و $AC = DC$ باشد آنگاه اندازه زاویه D چند درجه است؟

$$20^\circ \quad (2)$$

$$10^\circ \quad (4)$$

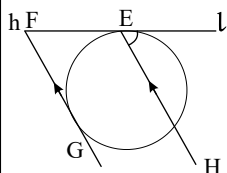
$$90^\circ \quad (1)$$

$$30 \quad (3)$$

۲۲

فصل نهم ریاضی هشتم

خطوط $FG \parallel EH$ هستند و دایره مماس بر h و l می باشد. E برابر 60° درجه است. $\widehat{GH}$ چقدر است؟



۱۲۰ ☐

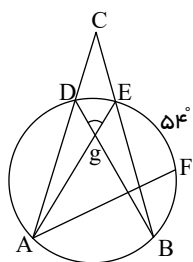
۶۰ ☐

۱۴۰ ☐

۱۳۰ ☐

۲۳

در شکل زیر اگر $\widehat{AB} = 3\widehat{DE}$ و $g = 64^\circ$ و $\widehat{EF} = 54^\circ$ اندازه $\widehat{EAF} + \widehat{C}$ چند درجه است؟



۳۲۰ ☐

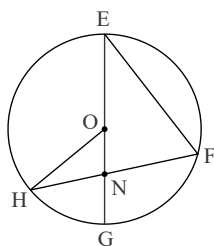
۹۶۰ ☐

۵۹۰ ☐

۲۷۰ ☐

۲۴

در دایره روبه‌رو O مرکز دایره می باشد $\widehat{EH} = 130^\circ$ و $\widehat{FG} = 75^\circ$ است. زاویه $\widehat{GNH}$ چند درجه است؟



۲۷,۵۰ ☐

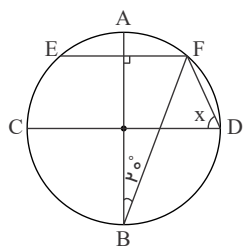
۵۰۰ ☐

۷۷,۵۰ ☐

۱۲۵۰ ☐

۲۵

اگر در شکل زیر AB و CD قطرهای دایره و $\widehat{ABF} = 20^\circ$ و کمان‌های $\widehat{FD}$ و $\widehat{EC}$ با هم برابر باشند مقدار x را به دست آورید!



۴۰۰ ☐

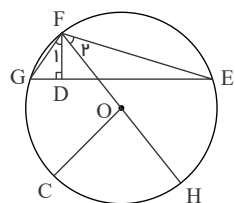
۵۰۰ ☐

۶۵۰ ☐

۶۰۰ ☐

۲۶

با توجه به شکل روبه‌رو، کدام گزینه درست است؟



$\widehat{F}_1 = 2\widehat{F}_2$ ☐

$\widehat{F}_1 = \widehat{F}_2$ ☐

هیچ کدام ☐

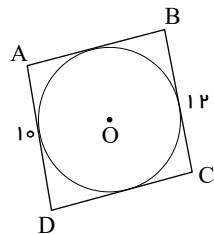
$\widehat{F}_1 = \frac{\widehat{F}_2}{2}$ ☐

۲۷



فصل نهم ریاضی هشتم

چهارضلعی $ABDC$ به دایره‌ای با شعاع ۵ محیط شده است، اگر طول اضلاع AD و BC به ترتیب ۱۰ و ۱۲ باشد، مساحت $ABCD$ چقدر است؟



۹۸

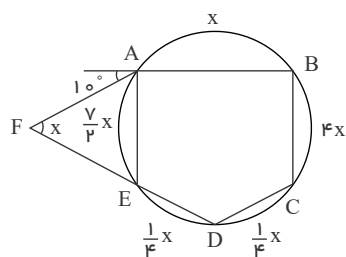
۱۰۰

۱۱۰

۲۲۰

۲۸

در شکل مقابل مقدار $\widehat{AFE}$ چند درجه است؟



۹۰°

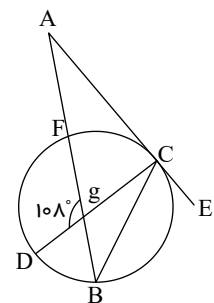
۲۵°

۴۰°

۸۰°

۲۹

در شکل مقابل اگر قطر دایره و g نقطه‌ای روی قطر باشد و $\widehat{FgD} = ۱۰۸^\circ$ و $\widehat{BCE} = ۳۴^\circ$ آنگاه اندازه زاویه خارجی A کدام است؟



۱۸°

۵۰°

۶۸°

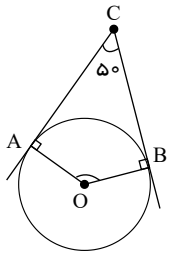
۳۲°

۳۰

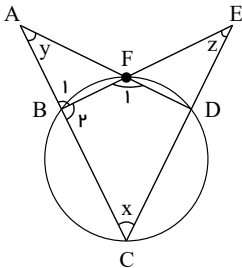
پاسخنامه تشریحی

گزینه ۴ با توجه به مماس بودن $\overline{AC}$ و $\overline{BC}$ بر دایره داریم:

$$\hat{O} = 360 - (50 + 90 + 90) = 130 \Rightarrow \widehat{AB} = 130^\circ$$



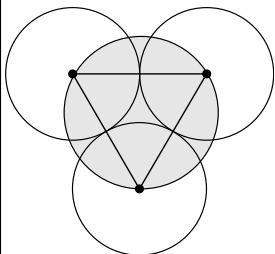
گزینه ۲



$$\left. \begin{array}{l} \triangle EBC : \hat{B}_1 = x + z \\ \triangle ABF : \hat{F}_1 = y + \hat{B}_1 \end{array} \right\} \rightarrow \hat{F}_1 = y + x + z$$

$BFDC$ در چهارضلعی محاطی: $\hat{F}_1 + \hat{C} = 180^\circ \rightarrow y + x + z + x = 180 \rightarrow 2x + y + z = 180$

گزینه ۳



اگر مراکز سه دایره‌ی کوچک را بهم وصل کنیم، مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع 24cm پدید می‌آید که دایره‌ی رنگ شده، دایره‌ی محیطی آن است.

$$\frac{\sqrt{3}}{3}x$$

نکته: طبق یک اصل مهم که شعاع دایره‌ی محیطی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع x برابر است با:

$$\text{شعاع دایره} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 24 = 8\sqrt{3}$$

$$S_o = (8\sqrt{3})^2 \times \pi = 64 \times \pi \times 3 = 192\pi$$

$$\frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

گزینه ۱ اندازه‌ی هر کمان در دایره برابر است با:

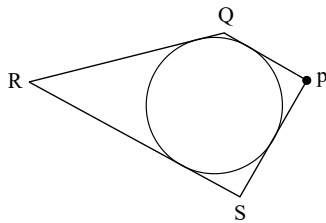
$\hat{O}$ یک زاویه‌ی داخلی است و نصف مجموع کمان‌های مقابلش است.

$$\frac{4t + 4}{3} = \frac{4 \times 36 + 2 \times 36}{2}$$

$$\frac{4t + 4}{3} = \frac{144 + 72}{2} = \frac{216}{2} \rightarrow \frac{4t + 4}{3} = 108 \rightarrow 4t + 4 = 3 \times 108$$

$$\rightarrow 4t + 4 = 324 \rightarrow 4t = 324 - 4 \Rightarrow t = \frac{320}{4} = 80$$

گزینه ۳



نکته: با توجه به این که اگر دایره‌ای درون یک n ضلعی باشد به طوری که بر همه‌ی ضلع‌های آن n ضلعی مماس شود، دایره را دایره‌ی محاطی و n ضلعی را محیطی می‌نامند. در هر چهارضلعی محیطی داریم:

$$\overline{QP} + \overline{RS} = \overline{QR} + \overline{PS}$$

$$4x + 8 + 12x + 4 = 8x + 8 + 16x - 12 \rightarrow 4x + 12x - 8x - 16x = -8 - 4 + 8 - 12$$

$$\rightarrow -8x = -16$$

$$x = \frac{-16}{-8} = +2$$

۵

گزینه ۲

$$A = \frac{\widehat{BC} - \widehat{DE}}{2} \xrightarrow{\widehat{BC} = 2\widehat{DE}} \frac{2\widehat{DE} - \widehat{DE}}{2} = \frac{\widehat{DE}}{2} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{DE} = 80^\circ$$

$$\widehat{BC} = 2\widehat{DE} \Rightarrow \widehat{BC} = 160^\circ$$

$$\widehat{DE} + \widehat{EC} + \widehat{BC} + \widehat{DB} = 360^\circ$$

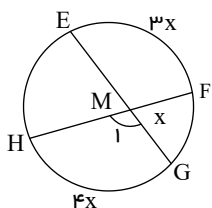
$$80 + 100 + 160 + \widehat{DB} = 360$$

$$\widehat{DB} = 20^\circ$$

۶

گزینه ۲

$$M_1 = \frac{3x + 4x}{2} = \frac{7x}{2} \quad \text{داخلی دایره}$$



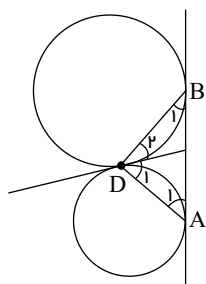
$$x + \frac{7x}{2} = 180 \Rightarrow 2x + 7x = 360 \rightarrow 9x = 360$$

$$x = 40$$

$$\widehat{EMF} = 180 - 40 = 140$$

گزینه ۱

در ابتدا مماس مشترک دو دایره را رسم می کنیم.



$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \frac{\widehat{BD}}{2} \\ D_2 &= \frac{\widehat{BD}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow B_1 = D_2 \Rightarrow \overline{BM} = \overline{DM}$$

نکته: در مثلث قائم الزویه میانه نصف وتر است.

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{\widehat{AD}}{2} \\ D_1 &= \frac{\widehat{AD}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_1 = D_1 \Rightarrow \overline{AM} = \overline{DM}$$

پس مثلث ADB قائم الزویه است!

$$\widehat{H} = \widehat{N} = \widehat{M} = \frac{\widehat{PQ}}{2} \quad \text{گزینه ۲ زاویه های محاطی مقابل به یک کمان با هم برابرند:}$$

$$\widehat{N} = \widehat{H} = \frac{110}{2} = 55 \rightarrow \frac{H + N}{3} = \frac{55 + 55}{3} = \frac{110}{3} \simeq 36,6$$

گزینه ۲ نکته: کمان های محصور بین دو خط موازی با هم برابرند:

$$\Rightarrow \widehat{DB} = \widehat{AC}$$

$$D_1 = \frac{\widehat{AC}}{2}$$

$$C_1 = \frac{\widehat{DB} + 180}{2} \xrightarrow{\widehat{AC} = \widehat{BD}} C_1 = \frac{\widehat{AC} + 180}{2}$$

$$D_1 + C_1 = \frac{\widehat{AC}}{2} + \frac{\widehat{AC} + 180}{2} = \frac{2\widehat{AC} + 180}{2} = \widehat{AC} + 90$$

گزینه ۲ شعاع دایره‌ها را x در نظر می‌گیریم.

هرگاه دو مماس از یک نقطه بر دایره رسم شود طول این دو مماس با هم برابر است.

رابطه‌ی (۱) و (۲) را از هم تفریق می‌کنیم.

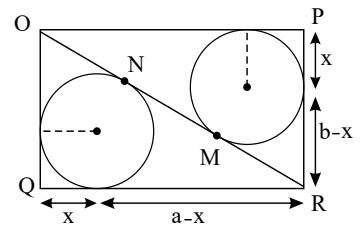
$$\overline{RN} = a - x \quad (1)$$

$$- \overline{RM} = b - x \quad (2)$$

$$\overline{RN} - \overline{RM} = a - x - (b - x)$$

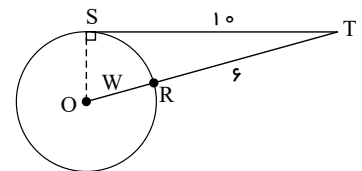
$$\overline{MN} = a - x - b + x$$

$$\overline{MN} = a - b$$



۱۱

$$\overline{TO} = \overline{OR} + \overline{RT} \rightarrow \overline{TO} = 6 + W$$



گزینه ۴

$$\overline{OS} = \overline{OR} = W = \text{شعاع دایره}$$

$$\overline{ST} = 10$$

$$\triangle TSO \xrightarrow[\text{رابطه‌ی فیثاغورس}]{\text{قانون الزاویه است}} \overline{ST}^2 + \overline{OS}^2 = \overline{TO}^2 \rightarrow 10^2 + W^2 = (6 + W)^2$$

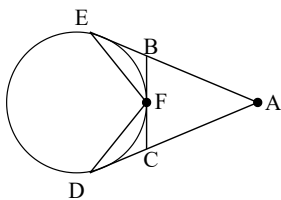
$$\rightarrow 100 + W^2 = 36 + 2(6W) + W^2 \rightarrow 100 + W^2 = 36 + 12W + W^2$$

$$100 - 36 = \cancel{W^2} + 12W \cancel{- W^2} \rightarrow 64 = 12W \rightarrow W = \frac{64}{12} = \frac{16}{3}$$

۱۲

گزینه ۳

با توجه به این که طول دو مماس AE و AD با هم برابر است. پس خواهیم داشت:



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AD} = \overline{AE} \\ \overline{FC} = \overline{CD} \\ \overline{BF} = \overline{BE} \end{array} \right\} \rightarrow P_{\text{مثلی}} ABC = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = \overline{AB} + \underbrace{\overline{BF} + \overline{FC}} + \overline{AC}$$

$$= \underbrace{\overline{AB} + \overline{BE}}_{25} + \underbrace{\overline{CD} + \overline{AC}}_{25} = 25cm + 25cm = 50cm$$

۱۳

گزینه ۱

نکته: خط مماس در نقطه تماس با شعاع دایره در آن نقطه زاویه قائمه می سازد.

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AH} \\ \overline{AC} = \overline{AH} \end{array} \right\} \text{طول دو مماس از یک نقطه بر دایره با هم برابر است:}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AH} = 8$$

$$\triangle O'AB \xrightarrow[\text{رابطه فیثاغورس}]{\text{قائم الزاویه است}} \overline{AB}^2 + \overline{BO'}^2 = \overline{AO'}^2 \rightarrow 8^2 + y^2 = 9^2 \rightarrow y^2 = 81 - 64 = 17 \rightarrow y = \overline{BO'} = \sqrt{17}$$

$$\triangle OAC \xrightarrow[\text{رابطه فیثاغورس}]{\text{قائم الزاویه است}} \overline{AC}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{OA}^2 \rightarrow 8^2 + x^2 = 10^2 \rightarrow x^2 = 100 - 64 = 36 \rightarrow x = \overline{CO} = \sqrt{36} = 6$$

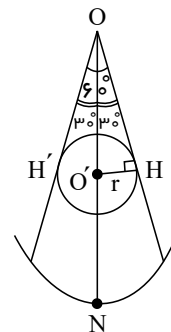
۱۴

گزینه ۳ در مثلث قائم الزاویه $OO'H$ پاره خط OO' نیم ساز زاویه $\widehat{HOH'}$ است. پس: $\widehat{HOO'} = 30^\circ$

$$\triangle OO'H : \overline{O'H} = \frac{1}{2} \overline{OO'} \rightarrow \overline{OO'} = 2 \overline{O'H} = 2r$$

$$\overline{OO'} = \overline{ON} - \overline{O'N} = 7 - r$$

$$\Rightarrow 2r = 7 - r \rightarrow 3r = 7 \rightarrow r = \frac{7}{3}$$

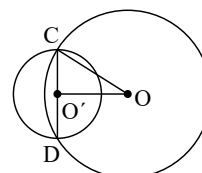


۱۵

گزینه ۱ قطر دایره کوچک با طول CD برابر و هر یک ۱۸ واحد هستند پس وتر CD قطر دایره کوچک است:

$$\triangle OO'C : \overline{OC}^2 = \overline{OO'}^2 + \overline{O'C}^2$$

$$17^2 = \overline{OO'}^2 + 9^2 \rightarrow \overline{OO'} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}$$



۱۶

گزینه ۱

نکته: اختلاف دورترین و نزدیک‌ترین فاصله نقطه A نسبت به یک دایره برابر است با قطر دایره.

$$9cm = قطر \Rightarrow 3,14 \times قطر = 28,26 \rightarrow 3,14 \times قطر = محیط دایره$$

$$16 - x = 9 \Rightarrow 16 - 9 = x \Rightarrow x = 7cm \quad X \text{ نزدیک‌ترین فاصله}$$

$$شعاع = \frac{قطر}{2} = \frac{9}{2} = 4,5cm$$

۱۷

گزینه ۲ خط مماس بر ربع دایره با هم برابرند پس چهارضلعی مربع است.

$$x^2 + x^2 = (\sqrt{2})^2 \rightarrow 2x^2 = 2$$

$$x = 1 \text{ ضلع مربع}$$

$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{مربع}} - S_{\text{ربع دایره}} = (1)^2 - \frac{\pi \times (1)^2}{4} = 1 - \frac{\pi}{4}$$

۱۸

گزینه ۱ برای بدست آوردن طول کمان $\widehat{XY}$ ابتدا بایستی اندازه‌ی آن را پیدا کنیم. برای بدست آوردن اندازه‌ی کمان $\widehat{XY}$

ابتدا بایستی زاویه‌ی مرکزی $\hat{O}_1$ را پیدا کنیم. باتوجه به این که $\hat{O}_1$ برای مثلث $\triangle OHY$ یک زاویه‌ی خارجی محسوب می‌شود بنابراین:

$$\hat{O}_1 = 15^\circ + \widehat{H} = 15 + 90 = 105^\circ$$

$$\widehat{XY} \text{ اندازه‌ی کمان} = \hat{O}_1 = 105^\circ$$

برای پیدا کردن طول یک کمان نسبت اندازه‌ی آن به محیط دایره‌ی کامل به این طریق عمل می‌کنیم:

$$\text{طول کمان } XY = \frac{105}{360} \times 2\pi r$$

$$\text{طول کمان } XY = \frac{105}{360} \times 2 \times \pi \times 10 = \frac{35}{6}\pi$$

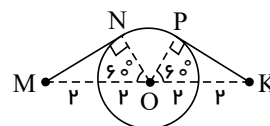
۱۹

گزینه ۳ کوتاه‌ترین مسیر از دو نقطه که مماس بر میدان شده MN و PK و کمان NP تشکیل می‌شود.

$$\overset{\text{مرکزی}}{M\hat{O}N} = K\hat{O}P = 60^\circ \rightarrow N\hat{O}P = 180^\circ - (2 \times 60) = 60^\circ$$

$$\overline{MN}^2 = MO^2 - ON^2 = (4)^2 - (2)^2 = 16 - 4 = 12$$

$$\rightarrow MN = PK = \sqrt{12}$$



۲۰

$$2\pi \times 2 = \frac{2\pi}{3} \rightarrow 2\sqrt{12} + \frac{2\pi}{3} \leftarrow \sqrt{12} + \sqrt{12} + \frac{2\pi}{3} \text{ کوتاه‌ترین مسیری که می‌پیماید}$$

گزینه ۱ می‌دانیم که کمان مقابل با زاویه مرکزی با هم برابرند بنابراین:

۲۱

$$\widehat{CD} = \widehat{AB} = 60^\circ$$

و چون D زاویه محاطی است داریم:

$$\widehat{ADB} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

از آنجایی که $\widehat{FDA}$ زاویه خارجی است پس داریم:

$$\widehat{ADF} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

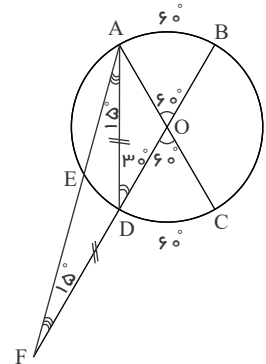
و چون $DF = AD$ پس مثلث $\triangle ADF$ مثلث متساوی الساقین است بنابراین:

$$\widehat{DAF} = \widehat{DFA} = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$

و چون $\widehat{DAF}$ زاویه محاطی است.

$$\widehat{ED} = 15^\circ \times 2 = 30^\circ$$

$$\widehat{CDE} = \widehat{CD} + \widehat{ED} = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$



گزینه ۳

$$\widehat{CAD} = \frac{\widehat{AC}}{2} \text{ ظلی}$$

$$\widehat{B}_1 = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{CAD} = \widehat{B}_1 \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ACD : \widehat{CD} = \widehat{AC} \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{CAD} \quad (1) \\ \text{زاویه خارجی } C_1 = \widehat{D} + \widehat{CAD} \quad (2) \end{array} \right\} \rightarrow C_1 = 2\widehat{CAD} \quad (3)$$

$$\triangle ABC \Rightarrow B_1 + C_1 + 90^\circ = 180^\circ \xrightarrow{(2), (1)} \widehat{CAD} + \widehat{CAD} + \widehat{CAD} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 3\widehat{CAD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CAD} = 30^\circ$$

طبق ۱ $\Rightarrow \widehat{CAD} = D = 30^\circ$

گزینه ۲

$FG \parallel EH \rightarrow \widehat{GE} = \widehat{GH}$

زاویه ظلی $E = \frac{\widehat{EH}}{2} \rightarrow 120^\circ = \widehat{EH}$

$x = \widehat{GH} \rightarrow 360^\circ = 120^\circ + 2x \rightarrow 360^\circ - 120^\circ = 2x$

$240^\circ = 2x \rightarrow x = 120^\circ = \widehat{GH}$

۲۳

گزینه ۴ g زاویه داخلی دایره:

$g = \frac{\widehat{AB} + \widehat{DE}}{2} = \frac{3\widehat{DE} + \widehat{DE}}{2} = 2\widehat{DE}$

$64 = 2\widehat{DE} \Rightarrow \widehat{DE} = 32^\circ \xrightarrow{\widehat{AB}=3\widehat{DE}} \widehat{AB} = 32 \times 3 = 96^\circ$

C زاویه خارجی:

$C = \frac{\widehat{AB} - \widehat{DE}}{2} = \frac{96 - 32}{2} = 32^\circ$

A زاویه محاطی:

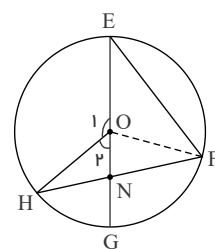
$\hat{A} = \frac{\widehat{EF}}{2} = \frac{54}{2} = 27^\circ$

$\hat{A} + C = 27 + 32 = 59^\circ$

۲۴

گزینه ۳ $\widehat{EH}$ زاویه مرکزی می باشد پس O_1 برابر 130° درجه می باشد:

$\hat{O} = \hat{O}_1 + \hat{O}_2 \Rightarrow 180^\circ = 130^\circ + O_2 \rightarrow \hat{O}_2 = 50^\circ$



۲۵

$\widehat{FG}$ کمان روبه روی زاویه محاطی است.

$$\hat{E} = \frac{\widehat{FG}}{2} = \frac{75^\circ}{2} = 37,5^\circ$$

از O به F وصل می‌کنیم: $\triangle OEF : \widehat{EOF} : 180 - (2 \times 37,5^\circ) = 105^\circ \Rightarrow \widehat{FON} = 75^\circ$
 $\widehat{FOH} = 50^\circ + 75^\circ = 125^\circ$

$$\triangle FOH : \frac{(180^\circ - 125^\circ)}{2} = \frac{55^\circ}{2} = 27,5^\circ = \widehat{OHF}$$

$$\triangle ONH : \widehat{GNH} = \widehat{NOH} + \widehat{OHF} = 50^\circ + 27,5^\circ = 77,5^\circ$$

راه حل ۲:

$$\Rightarrow \widehat{GNH} = \frac{\widehat{HG} + \widehat{EF}}{2} = \frac{360 - \widehat{EH} - \widehat{FG}}{2} = \frac{360 - 130 - 75}{2} = \frac{155}{2} = 77,5$$

گزینه ۴ چون $\triangle ABF$ یک زاویه محاطی است پس داریم:

$$\widehat{AF} = 40^\circ$$

نکته: قطر عمود بر وتر، کمان نظیر آن را نصف می‌کند بنابراین:

$$\widehat{AF} = \widehat{AE} = 40^\circ$$

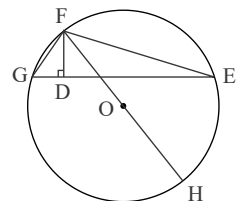
$$\widehat{EC} = \widehat{FD} \text{ فرض } \Rightarrow 2\widehat{EC} + \widehat{AE} + \widehat{AF} = 180 \Rightarrow 2\widehat{EC} + 80 = 180 \rightarrow \widehat{EC} = 50 = \widehat{FD}$$

$$\hat{x} = \frac{\widehat{AF} + \widehat{AE} + \widehat{EC}}{2} = \frac{40 + 40 + 50}{2} = \frac{130}{2} = 65^\circ$$

گزینه ۱ از H به E وصل می‌کنیم. چون FH قطر می‌باشد. پس $\triangle FEH$ قائمه است یعنی $\hat{H} + \hat{F}_2 = 90^\circ$

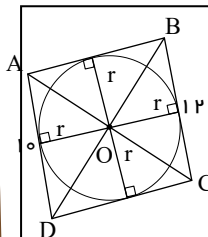
از طرفی $\hat{H} = \hat{G} = \frac{\widehat{FE}}{2}$ است. پس می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{F}_1 + G = 90^\circ \\ \hat{F}_2 + H = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{G=H} \hat{F}_1 = \hat{F}_2$$



گزینه ۴ نکته: اگر دایره‌ای به شعاع r و مرکز O دایره محاطی چهارضلعی $ABCD$ باشد، همواره داریم:

$$*S_{ABCD} = \frac{r \times \text{محیط چهارضلعی}}{2}$$



$$\left. \begin{aligned} S_{\triangle AOB} &= \frac{1}{2} \times r \times \overline{AB} \\ S_{\triangle AOD} &= \frac{1}{2} \times r \times \overline{AD} \\ S_{\triangle BOC} &= \frac{1}{2} \times r \times \overline{BC} \\ S_{\triangle DOC} &= \frac{1}{2} \times r \times \overline{DC} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{جمع}} S_{ABDC} = \frac{1}{2} \times 4 \times (\overline{AB} + \underbrace{\overline{AD} + \overline{BC}}_{22} + \overline{DC})$$

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{DC} \xrightarrow{1} \frac{1}{2} \times 4 \times (44) = 22 \times 4 = 110$$

گزینه ۱

$$x + 4x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}x + \frac{7}{2}x = 360^\circ$$

$$5x + 4x = 360^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$$

$\hat{AED}$ یک زاویه محاطی است!

$$\hat{AED} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD}}{2} = \frac{40 + 4(40) + \frac{1}{4}(40)}{2} = \frac{210}{2} = 105^\circ$$

$$\hat{AEF} = 180 - 105 = 75^\circ$$

$$\hat{BAE} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{ED}}{2} = \frac{4(40) + \frac{1}{4}(40) + \frac{1}{4}(40)}{2} = \frac{160 + 10 + 10}{2} = 90$$

$$\hat{FAE} = 90 - 10 = 80$$

$$\hat{AFE} = 180 - (80 + 75) = 25$$

۲۹

گزینه ۱

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{FC}}{2}$$

۳۰

زاوية ظلي $\widehat{BCE} = 34 \Rightarrow \widehat{BC} = 34 \times 2 = 68^\circ$

زاوية داخلية $\widehat{FgD} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{FD}}{2} = \frac{68 + \widehat{FD}}{2} = 108 \Rightarrow \widehat{FD} = 148^\circ$

قطر دايره $DC \Rightarrow \widehat{DF} + \widehat{FC} = 180 \Rightarrow 148 + \widehat{FC} = 180 \Rightarrow \widehat{FC} = 32^\circ$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{FC}}{2} = \frac{68 - 32}{2} = 18^\circ$$

پاسخنامه کلیدی

۱ * ۴
۲ * ۲
۳ * ۳
۴ * ۱
۵ * ۳
۶ * ۲

۷ * ۲
۸ * ۱
۹ * ۲
۱۰ * ۲
۱۱ * ۲
۱۲ * ۴

۱۳ * ۳
۱۴ * ۱
۱۵ * ۳
۱۶ * ۱
۱۷ * ۱
۱۸ * ۲

۱۹ * ۱
۲۰ * ۳
۲۱ * ۱
۲۲ * ۳
۲۳ * ۲
۲۴ * ۴

۲۵ * ۳
۲۶ * ۴
۲۷ * ۱
۲۸ * ۴
۲۹ * ۱
۳۰ * ۱