

۱. کدام عبارت زیر گویا است؟ (اهواز - خرداد ۹۵)

$$(۱) \frac{x}{\sqrt{x}-1} \quad (۲) \frac{\sqrt{x}}{x-1} \quad (۳) \frac{\sqrt{2x}}{x-1} \quad (۴) \frac{x}{\sqrt{x-1}}$$

۲. کدام عبارت به ازای $x = ۵$ تعریف شده نیست؟ (مازندران - خرداد ۹۵)

$$(۱) \frac{2x+1۰}{x+۵} \quad (۲) \frac{-2x+1۰}{۵} \quad (۳) \frac{2x-۶}{۵x} \quad (۴) \frac{2x-۶}{x-۵}$$

۳. مقدار عددی عبارت $\frac{a^b+b^a+۳}{a-2b}$ را به ازای $a = ۲$ و $b = ۳$ به دست آورید. (نمونه دولتی و تیزهوشان - استان کردستان ۹۲-۹۳)

$$(۱) ۴ \quad (۲) -۴ \quad (۳) ۵ \quad (۴) -۵$$

۴. باتوجه به شکل‌های زیر، در صورتی که مساحت مربع، پنج برابر مساحت مستطیل باشد، حاصل عبارت $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ کدام

a

b

a+b

۵۵ (۱)

۴ab (۲)

۳ (۳)

۲ab (۴)

است؟ (نمونه دولتی و تیزهوشان - استان‌های فارس و کهگیلویه و بویراحمد ۹۲-۹۳)

۵. اگر $a^3b \times b^3a = \frac{a^{2b} \times b^{2a}}{(2a)^{-b} \times (2b)^{-a}}$ حاصل $a^b \times b^a$ کدام است؟ (روبوکاپ - پنجمین دوره)

$$(۱) (-1)^a \quad (۲) -1 \quad (۳) -(-1)^a \quad (۴) 1$$

۶. عبارت زیر به ازای کدام عدد تعریف نشده است؟ (نمونه دولتی - استان‌های اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۶-۹۵)

$$(۱) -1 \quad (۲) -\frac{2}{3} \quad (۳) \frac{1}{2} \quad (۴) \frac{3}{((2x-1)^2)^3} + 4$$

(۴) به ازای همه‌ی مقادیر تعریف شده است.

۷. ساده شده‌ی عبارت روبه‌رو کدام است؟ (نمونه دولتی - استان‌های اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۶-۹۵)

$$(۱) \frac{3}{2}a^۵ \quad (۲) \frac{2}{3}a^۴ \quad (۳) -\frac{3}{2}a^۷ \quad (۴) -\frac{2}{3}a^۶$$

۸. اگر $\frac{ax^2-ax}{4x^3+4x^2} \times \frac{x^3+2x^2+x}{x^2-1}$ برابر ۲ باشد آنگاه a برابر است با: (نمونه دولتی - استان قم ۹۵-۹۶)

$$(۱) ۲ \quad (۲) ۴ \quad (۳) ۸ \quad (۴) ۱۰$$

۹. ساده شده‌ی عبارت $\frac{(x^2-1)(x^2-4)}{x^2-3x+2}$ برابر است با: (نمونه دولتی - استان‌های سیستان و بلوچستان، خراسان

جنوبی، خراسان شمالی و هرمزگان ۹۵-۹۶)

$$(1) \quad x^2 - 3x + 2 \quad (2) \quad x^2 + 3x - 2 \quad (3) \quad x^2 - 3x + 1 \quad (4) \quad x^2 + 3x + 2$$

۱۰. مقدار عددی عبارت زیر به ازای $x = 2\sqrt{5}$ و $y = 3\sqrt{7}$ کدام گزینه است؟ (نمونه دولتی - استان زنجان ۹۵-۹۶)

$$\frac{x^2 - xy}{x^2 - y^2} + \frac{xy}{xy + x^2} + \frac{x^2 - 3x + 2}{(x-1)(x-2)}$$

(۱) -۱ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) ۲

۱۱. ساده شده عبارت c کدام است؟ (نمونه دولتی - استان‌های چهارمحال و بختیاری و فارس ۹۵-۹۶)

$$c = (2xy + 3y^2)^{-2} \div \frac{4x^2y - 12xy^2 + 9y^3}{4x^2 - 9y^2}$$

(۱) $\frac{y}{4x^2 - 9y^2}$ (۲) $\frac{y^2}{4x^2 + 9y^2}$ (۳) $\frac{1}{y^3(4x^2 - 9y^2)}$ (۴) $\frac{1}{y^3(2 + 3y)}$

۱۲. حاصل عبارت $2 + \frac{1-x}{1+x} + \frac{1+x}{1-x}$ برابر است با: -1 , $1 \neq x$ (نمونه دولتی - استان تهران ۹۵-۹۶)

$$(1) \quad \frac{4}{x^2 - 1} \quad (2) \quad \frac{2(1+x^2)}{x^2 - 1} \quad (3) \quad \frac{2(1+x^2)}{(1-x^2)} \quad (4) \quad \frac{4}{1-x^2}$$

۱۳. حاصل عبارت روبه‌رو کدام گزینه است؟ (نمونه دولتی - استان‌های اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵-۹۶)

$$\frac{x^{10} - b^{10}}{b^{10} - x^{10}} \times \frac{x^2 - 2x + 1}{2x - x^2 - 1}$$

(۱) -۱ (۲) $\frac{x-1}{x^2}$ (۳) $\frac{4ax}{b}$ (۴) ۱

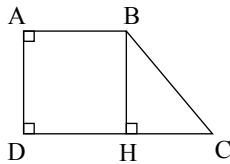
۱۴. ساده شده‌ی عبارت $\frac{x^2 - 2xy + y^2 - x + y}{x^2 - xy - x}$ برابر با کدام گزینه است؟ (نمونه دولتی - استان آذربایجان غربی و اردبیل ۹۵-۹۶)

$$(1) \quad \frac{x-y}{x} \quad (2) \quad \frac{y-x}{x} \quad (3) \quad -y \quad (4) \quad y$$

۱۵. ساده شده‌ی عبارت $\frac{x^2 - 4}{\frac{2}{x} + 1} \div \frac{x^2 - 3x + 2}{x}$ کدام گزینه می‌باشد؟ (نمونه دولتی - استان سمنان ۹۵-۹۶)

$$(1) \quad \frac{x^2}{x-1} \quad (2) \quad \frac{x-1}{x(x+1)} \quad (3) \quad \frac{2x}{x-1} \quad (4) \quad \frac{x-2}{x+1}$$

۱۶. در شکل زیر $AB = \frac{2}{x}$ و $DC = \frac{4x+2}{x-1}$ و چهارضلعی $ABCD$ دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه می‌باشد. مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ی BCH کدام است؟ (نمونه دولتی - استان سمنان ۹۵-۹۶)



$$\begin{array}{ll} \frac{4x^2+2}{x-1} \quad (2) & \frac{2x^2+1}{x-1} \quad (1) \\ \frac{2(4x-2)}{x(x-1)} \quad (4) & \frac{4x+2}{x} \quad (3) \end{array}$$

۱۷. اگر $\frac{8x-6}{x^2-3x} + \frac{6}{3-x} = \frac{c}{x}$ باشد، عدد c کدام است؟ (نمونه دولتی - استان گلستان ۹۶-۹۵)

$$\begin{array}{llll} 2 \quad (1) & \frac{1}{2} \quad (2) & -\frac{1}{2} \quad (3) & -2 \quad (4) \end{array}$$

۱۸. باقی‌مانده‌ی تقسیم $x^3 + x^2$ بر دو جمله‌ای $x-1$ کدام است؟ (نمونه دولتی - استان قم ۹۵-۹۶)

$$\begin{array}{llll} -2 \quad (1) & -1 \quad (2) & 1 \quad (3) & 2 \quad (4) \end{array}$$

۱۹. باقی‌مانده‌ی تقسیم عبارت $10 - 3x^2 + 2x - 1$ بر دو جمله‌ی $x^2 + 2$ کدام است؟ (نمونه دولتی - استان زنجان ۹۵-۹۶)

$$\begin{array}{llll} 2x \quad (1) & x \quad (2) & x-2 \quad (3) & x+2 \quad (4) \end{array}$$

۲۰. خارج قسمت تقسیم $x^4 - y^4$ بر $x+y$ کدام است؟ (نمونه دولتی - استان تهران ۹۵-۹۶)

$$\begin{array}{llll} x^3 - y^3 \quad (1) & x^3 - x^2y + xy^2 - y^3 \quad (3) & x^3 + x^2y - xy^2 + y^3 \quad (4) & x^3 - 2x^2y - y^3 \quad (2) \end{array}$$

۲۱. باقی‌مانده‌ی تقسیم $x^{1395} + x^2 + 7$ بر $x^2 - 1$ کدام است؟ (نمونه دولتی - استان‌های البرز و قزوین ۹۵-۹۶)

$$\begin{array}{llll} x+8 \quad (1) & x+6 \quad (2) & 2x+8 \quad (3) & 6 \quad (4) \end{array}$$

۲۲. باقی‌مانده‌ی تقسیم عبارت $ax + x^2 + 11x^3 + 5x^3$ بر $1+x$ برابر با ۴ می‌باشد. مقدار a کدام است؟ (نمونه دولتی - استان گیلان ۹۵-۹۶)

$$\begin{array}{llll} 1 \quad (1) & (2) & -3 \quad (3) & -1 \quad (4) \\ & -2 & & \end{array}$$

۲۳. اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم $3x^2 - 5x + b$ بر $x-2$ برابر ۵- باشد، b چقدر است؟ (نمونه دولتی - استان گلستان ۹۵-۹۶)

$$\begin{array}{llll} 7 \quad (1) & -8 \quad (2) & 8 \quad (3) & -7 \quad (4) \end{array}$$

۲۴. اگر چندجمله‌ای $12x^4 + a + 31x^2$ بر چند جمله‌ای $3x^2 + 4$ بخش‌پذیر باشد، آنگاه مقدار a برابر است با: (نمونه دولتی - استان‌های کرمان و خراسان رضوی ۹۵-۹۶)

$$\begin{array}{llll} 12 \quad (1) & 16 \quad (2) & 18 \quad (3) & 20 \quad (4) \end{array}$$

۲۵. مقدار $m+n$ را طوری بیابید که باقی‌مانده‌ی تقسیم $2x^4 + mx^2 + n$ بر $x+1$ برابر ۳- و بر $x-2$ برابر ۳ باشد. (نمونه دولتی - مرکزی و ایلام ۹۵-۹۶)

$$\begin{array}{llll} -5 \quad (1) & +5 \quad (2) & -7 \quad (3) & +7 \quad (4) \end{array}$$

۲۶. اگر باقیمانده $2x^2 - 5x + a$ بر $x - 2$ برابر ۵ باشد، a چقدر است؟

- (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) -۵ (۴) -۷

۲۷. اگر باقیمانده تقسیم عبارت $5 + 7x^2 + 2x^3$ بر عبارت $x^2 - 8$ برابر $ax + b$ باشد، حاصل $3a + b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۸ (۳) -۸ (۴) -۳

۲۸. اگر باقیمانده تقسیم $4 - 5x + 2x^4$ بر $x^2 + 3x + a$ باشد حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۴۰ (۲) -۵۵ (۳) -۴۹ (۴) -۴۵

۲۹. خارج قسمت تقسیم $7 + 5x^2 + x^3$ بر $3x - 6$ کدام است؟

- (۱) $\frac{x^2}{3} - 7x + \frac{14}{3}$ (۲) $\frac{x^2}{3} - x - \frac{2}{3}$
(۳) $\frac{x^2}{3} - \frac{7x}{3} - \frac{14}{3}$ (۴) $\frac{x^2}{3} + \frac{7x}{3} + \frac{14}{3}$

۳۰. مساحت یک مثلث $1 - \frac{1}{x} - 3x^2$ و قاعده آن برابر $3x - 2$ است. ارتفاع مثلث کدام است؟

- (۱) $x + \frac{1}{x}$ (۲) $2x + 1$ (۳) $2x - 1$ (۴) $x - \frac{1}{x}$

۳۱. باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $8x + 12 - x^3$ بر عبارت $x + 3$ برابر است با:

- (۱) $-33x - 12$ (۲) -۹ (۳) $4x + 3$ (۴) -۱۵

۳۲. عبارت مقابل به ازای چند مقدار حقیقی برای x تعریف نشده است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- $$\frac{x + \sqrt{5}}{(x^6 + 1)(x^4 + 1)(x^2 - 5)}$$

۳۳. مجموع دو عدد $\frac{5}{4}$ و حاصل ضرب آن‌ها $\frac{3}{2}$ است. مجموع معکوس‌های این دو عدد کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{6}{5}$ (۴) $\frac{15}{8}$

۳۴. در رابطه مقدار n کدام گزینه است؟

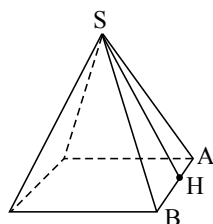
- (۱) ۱۶ (۲) ۲۳ (۳) ۱۹ (۴) ۲۱
- $$\frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{5}{64}$$

۳۵. در تجزیه عبارت $36 - 49x^2 + 14x^4 - x^6$ کدام عامل وجود ندارد؟

- (۱) $x + 4$ (۲) $x - 3$ (۳) $x - 2$ (۴) $x + 1$

۳۶. حاصل کسر $\frac{-12 - 8x + 4x^2}{-2x + 6}$ کدام است؟ ($x \neq 3$)

- (۱) $2x + 1$ (۲) $2x + 2$ (۳) $-2x - 2$ (۴) $-2x - 2$



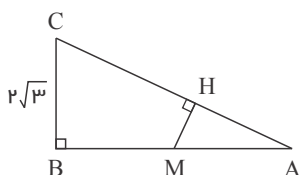
۳۷. در هرم مربعی منتظم زیر $\overline{SA} = \sqrt{۳۴}$ و $\overline{SH} = ۵$ ، حجم هرم کدام است؟

- (۱) ۵۶
(۲) ۵۲
(۳) ۵۴
(۴) ۴۸

۳۸. مساحت کل یک هرم منتظم ۹۶cm^2 است. اگر قاعده این هرم مربعی به ضلع ۶cm باشد، اندازه ارتفاع هرم چند سانتی متر است؟

- (۱) ۳cm (۲) ۴cm (۳) ۵cm (۴) ۶cm

۳۹. دو مثلث قائم الزاویه AHM و ABC متشابه هستند. اگر $AM = \frac{1}{3}AB$ و $AB = \sqrt{۲۷}$ باشد، اندازه HM کدام است؟



- (۲) $\frac{۲}{\sqrt{۱۳}}$
(۴) $\frac{۱}{\sqrt{۳۹}}$

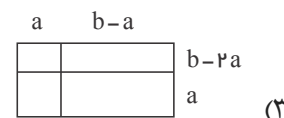
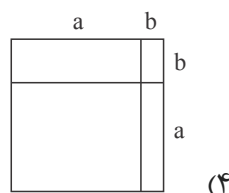
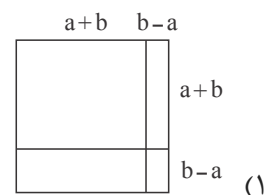
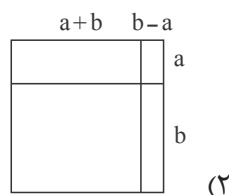
- (۱) $۲\sqrt{۳۹}$
(۳) $\frac{۲\sqrt{۳۹}}{۱۳}$

۴۰. دستگاه زیر به ازای چه مقادیری از m جواب ندارد؟

$$\begin{cases} x + my = -۱ \\ mx + ۹y = ۴ \end{cases}$$

- (۱) ۱ و -۳ (۲) -۱ و ۳ (۳) ۳ (۴) ± ۱

۴۱. کدام شکل نمایش هندسی عبارت $a^2 + b^2 + ۲ab$ را مشخص می کند؟



۴۲. حاصل عبارت $\frac{a^2b^2}{(1-2a+a^2)} \times \frac{(1-a^2)(a^2+3a+2)}{(a+2)(b^3a^2)(a+1)}$ برابر با کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{-(a+1)}{-a+1}$ (۲) $\frac{-(a+1)}{b(a-1)}$ (۳) $\frac{-a-1}{-ba-b}$ (۴) $\frac{a+1}{b(a+1)}$

۴۳. در عبارت $\frac{۵x-۳}{x^2-۴} \div \frac{۳x-۶}{۲x-۸}$ متغیر x چه اعدادی نمی تواند باشد؟

- (۱) ۴ و -۲ و ۲ (۲) -۴ و -۲ و ۲ (۳) -۲ و ۴ (۴) ۲ و -۲

۴۴. چند مورد از عبارات زیر گویا هستند؟ ($x \neq 0, -3$)

$$\frac{3}{\sqrt{x+3}}, \quad 3+x^{-3}, \quad |x+3|, \quad \frac{\sqrt{x}}{3}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۴۵. حاصل عبارت $A = \frac{687^2 + 13^2 + 26 \times 687}{943^2 + 43^2 - 86 \times 943}$ کدام است؟

$$\frac{13}{43} \quad (۱) \quad \frac{49}{81} \quad (۲) \quad \frac{7}{9} \quad (۳) \quad \frac{687}{943} \quad (۴)$$

۴۶. حاصل $A = \frac{\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{60}}{\sqrt[3]{5}}$ کدام است؟

$$6 \quad (۱) \quad 2\sqrt[3]{9} \quad (۲) \quad 3 \quad (۳) \quad 3\sqrt[3]{4} \quad (۴)$$

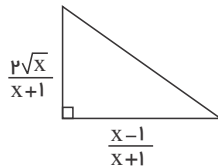
۴۷. کدام یک از عبارت‌های زیر به ازای هر دو مقدار $x = 0$ و $x = 1$ ، تعریف نشده است؟

$$\frac{3x-1}{x^2+x} \quad (۱) \quad \frac{x}{x-1} \quad (۲) \quad \frac{1-5x}{x-x^2} \quad (۳) \quad \frac{x^2-x}{x^3} \quad (۴)$$

۴۸. کدام یک از گزینه‌ها قابل ساده شدن است؟

$$\frac{a^2+b^2}{a^2} \quad (۱) \quad \frac{x^2-3}{-3} \quad (۲) \quad \frac{a^3-\sqrt{2}a}{a} \quad (۳) \quad \frac{x^2+y^2}{x+y} \quad (۴)$$

۴۹. محیط شکل مقابل کدام است؟



$$1 \quad (۱) \quad \frac{2\sqrt{x}+x-1}{x+1} \quad (۲) \quad \frac{2\sqrt{x}+2x}{x+1} \quad (۳) \quad 2x \quad (۴)$$

۵۰. در تساوی $\frac{x^3+3x^2-3x-14}{14+10x+2x^2} = \frac{x-2}{\square}$ ، به جای $\square$ کدام عبارت را می‌توان قرار داد؟

$$1 \quad (۱) \quad 2 \quad (۲) \quad x+2 \quad (۳) \quad x \quad (۴)$$

۱. گزینه ۳ زیرا هم صورت و هم مخرج چندجمله‌ای است.

۲. گزینه ۴ $\frac{2x-6}{x-5}$ چون به ازای $x=5$ مخرج صفر می‌شود.

۳. گزینه ۴

$$\frac{a^b + b^a + 3}{a - 2b} = \frac{2^3 + 3^2 + 3}{2 - 2 \times 3} = \frac{8 + 9 + 3}{2 - 6} = \frac{20}{-4} = -5$$

۴. گزینه ۳

مستطیل $5S$ = مربع S

$$(a+b)^2 = 5ab \rightarrow a^2 + b^2 = 5ab \rightarrow a^2 + b^2 = 5ab - 2ab \rightarrow a^2 + b^2 = 3ab$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{3ab}{ab} = 3$$

۵. گزینه ۱

$$\frac{a^{2b} \times b^{2a}}{2^{-b} \times 2^{-a} \times a^{-b} \times b^{-a}} = \frac{1}{2^{-a-b}} \times \frac{a^{2b}}{a^{-b}} \times \frac{b^{2a}}{b^{-a}} = 2^{a+b} \cancel{a^{3b}} \cancel{b^{3a}} = \cancel{a^{3b}} \cancel{b^{3a}}$$

$$= 2^{a+b} = 1 \rightarrow a+b=0 \rightarrow a=-b$$

$$\rightarrow a^b \times b^a = a^{-a} \times (-a)^a$$

$$= a^{-a} \times (-1)^a \times a^a = a^{-a+a} \times (-1)^a = 1 \times (-1)^a = (-1)^a$$

۶. گزینه ۴ باید مخرج کسر را برابر صفر قرار دهیم. مخرج این عبارت برابر است با:

$$((2x-1)^2)^3 + 4 = (2x-1)^6 + 4$$

این عبارت به ازای تمام مقادیر x عبارتی مثبت است و هیچ‌گاه برابر صفر نمی‌شود.

۷. گزینه ۱

$$\frac{3a^{12} - 6a^{30}}{2a^7 - 4a^{25}} = \frac{3a^{12}(1 - 2a^{18})}{2a^7(1 - 2a^{18})} = \frac{3a^{12}}{2a^7} = \frac{3}{2}a^5$$

۸. گزینه ۳

$$\frac{ax^2 - ax}{4x^3 + 4x^2} \times \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^2 - 1} = 2 \Rightarrow \frac{ax(x-1)}{4x^2(x+1)} \times \frac{x(x^2 + 2x + 1)}{(x-1)(x+1)} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{ax(x-1)}{4x^2(x+1)} \times \frac{x(x+1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{a}{4} = 2 \Rightarrow a = 8$$

۹. گزینه ۴

$$\frac{\overbrace{(x^2-1)}^{\text{مزدوج}} \overbrace{(x^2-4)}^{\text{مزدوج}}}{\underbrace{x^2-3x+2}_{\text{جمله مشترک}}} = \frac{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-1)} = (x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$$

۱۰. گزینه ۴ ابتدا عبارت‌های صورت و مخرج را تجزیه کرده و سپس ساده می‌کنیم.

$$\frac{x^2 - xy}{x^2 - y^2} + \frac{xy}{xy + x^2} + \frac{x^2 - 3x + 2}{(x-1)(x-2)}$$

$$= \frac{x(x-y)}{(x-y)(x+y)} + \frac{xy}{x(x+y)} + \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y} + 1 = \frac{x+y}{x+y} + 1$$

$$= 1 + 1 = 2$$

۱۱. گزینه ۳

$$c = \frac{1}{(2xy + 3y^2)^2} \times \frac{4x^2 - 9y^2}{4x^2y - 12xy^2 + 9y^3} = \frac{1}{y^2(2x + 3y)^2} \times \frac{(2x - 3y)(2x + 3y)}{y(4x^2 - 12xy + 9y^2)}$$

$$= \frac{1}{y^2 \cancel{(2x + 3y)}^2} \times \frac{\cancel{(2x - 3y)}^1 \cancel{(2x + 3y)}^1}{y \cancel{(2x - 3y)}^2 \cancel{2x - 3y}^1} = \frac{1}{y^2(2x + 3y)(2x - 3y)} = \frac{1}{y^3(4x^2 - 9y^2)}$$

۱۲. گزینه ۴

$$\frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x} + \frac{2}{1} = \frac{(1+x)^2 + (1-x)^2 + 2(1-x)(1+x)}{(1-x)(1+x)}$$

$$= \frac{1 + 2x + x^2 + 1 - 2x + x^2 + 2(1 - x^2)}{1 - x^2} = \frac{2 + 2x^2 + 2 - 2x^2}{1 - x^2} = \frac{4}{1 - x^2}$$

۱۳. گزینه ۴

$$\frac{x^{1^{\circ}} - b^{1^{\circ}}}{-(x^{1^{\circ}} - b^{1^{\circ}})} \times \frac{(x-1)^2}{-(x^2 - 2x + 1)} = -\frac{\cancel{(x-1)}^2}{\cancel{-(x-1)}^2} = +1$$

۱۴. گزینه ۱

اتحاد مربع دو جمله ای

$$\frac{x^2 - 2xy + y^2 - x + y}{x^2 - xy - x} = \frac{(x-y)^2 - (x-y)}{x(x-y-1)} = \frac{(x-y)(x-y-1)}{x(x-y-1)} = \frac{x-y}{x}$$

۱۵. گزینه ۱

$$\frac{x^2 - 4}{\frac{2}{x} + 1} \div \frac{x^2 - 3x + 2}{x} = \frac{x^2 - 4}{\frac{2+x}{x}} \times \frac{x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$= \frac{x(x^2 - 4)}{x + 2} \times \frac{x}{(x-2)(x-1)} = \frac{x^2 \cancel{(x-2)}^1 \cancel{(x+2)}^1}{\cancel{(x+2)}^1 (x-1) \cancel{(x-2)}^1} = \frac{x^2}{x-1}$$

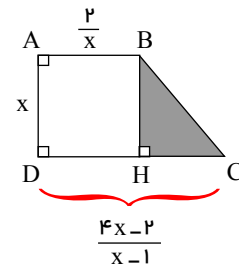
۱۶. گزینه ۱

$$BH = AD = x$$

$$HC = DC - DH$$

$$HC = \frac{4x+2}{x-1} - \frac{2}{x} = \frac{4x^2+2x-2x+2}{(x-1)x}$$

$$S_{\triangle BCH} = \frac{BH \times HC}{2} = \frac{x \times \frac{4x^2+2}{(x-1)x}}{2} = \frac{2x^2+1}{x-1}$$



۱۷. گزینه ۱ حاصل عبارت سمت چپ را حساب می کنیم و با عبارت سمت راست مساوی قرار می دهیم.

$$\frac{8x-6}{x^2-3x} + \frac{6}{3-x} = \frac{c}{x} \rightarrow \frac{8x-6}{-x(3-x)} + \frac{6}{(3-x)}$$

$$= \frac{8x-6-6x}{-x(3-x)} = \frac{2x-6}{-x(3-x)} = \frac{-2(3-x)}{-x(3-x)}$$

$$= \frac{-2}{-x} = \frac{2}{x} \rightarrow \frac{2}{x} = \frac{c}{x} \rightarrow c = 2$$

۱۸. گزینه ۴

$$x-1=0 \rightarrow x=1 \Rightarrow x^3+x^2 \xrightarrow{x=1} 1^3+1^2=2$$

۱۹. گزینه ۱

$$\begin{array}{r} x^4 - 3x^2 + 2x - 1 \div \frac{x^2+2}{x^2-5} \quad \text{خارج قسمت} \\ \underline{-(x^4 - 2x^2)} \\ -5x^2 + 2x - 1 \\ \underline{+(5x^2 + 1)} \\ 2x \\ \text{باقی مانده} \end{array}$$

۲۰. گزینه ۳

$$\frac{x^4 - y^4}{x+y} = \frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{x+y} = \frac{(x+y)(x-y)(x^2 + y^2)}{(x+y)}$$

$$= (x-y)(x^2 + y^2) = x^3 + xy^2 - yx^2 - y^3$$

۲۱. گزینه ۱ نکته: برای یافتن باقی مانده ی یک عبارت جبری بر $x^2 - a$ کافی است به جای x^2 در عبارت مقسوم

مقدار a را قرار دهیم.

طبق نکته داریم:

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1$$

پس مقدار x^{1394} نیز برابر ۱ است.

$$x^{1395} + x^2 + 7 = x(x^{1394}) + x^2 + 7 = (x \times 1) + 1 + 7 = x + 8$$

۲۲. گزینه ۴

$$\begin{array}{r}
 5x^3 + 11x^2 + x + a \quad \left| \begin{array}{l} x + 1 \\ 5x^2 + 6x - 5 \end{array} \right. \\
 \underline{-5x^3 - 5x^2} \\
 6x^2 + x + a \\
 \underline{-6x^2 - 6x} \\
 -5x + a \\
 \underline{+5x + 5} \\
 a + 5
 \end{array}
 \rightarrow a + 5 = 4 \rightarrow a = 4 - 5 = -1 \rightarrow a = -1$$

۲۳. گزینه ۴ تقسیم را انجام می‌دهیم و باقی‌مانده را برابر ۵- قرار می‌دهیم تا b به دست آید.

$$\begin{array}{r}
 3x^2 - 5x + b \quad \left| \begin{array}{l} x - 2 \\ 3x + 1 \end{array} \right. \\
 \underline{-3x^2 + 6x} \\
 x + b \\
 \underline{-x + 2} \\
 b + 2
 \end{array}
 \rightarrow b + 2 = -5 \rightarrow b = -5 - 2 \rightarrow b = -7$$

۲۴. گزینه ۴ تقسیم را انجام داده و باقی‌مانده را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$\begin{array}{r}
 12x^4 + 31x^2 + a \quad \left| \begin{array}{l} 3x^2 + 4 \\ 4x^2 + 5 \end{array} \right. \\
 \underline{-12x^4 - 16x^2} \\
 15x^2 + a \\
 \underline{-15x^2 - 20} \\
 a - 20
 \end{array}
 \rightarrow a - 20 = 0 \rightarrow a = 20$$

۲۵. گزینه ۱ نکته: برای به دست آوردن باقی‌مانده‌ی تقسیم یک عبارت جبری بر مقسوم‌علیه با درجه‌ی یک (به صورت

کلی $ax + b$)، به این صورت عمل می‌کنیم، ابتدا مقسوم‌علیه را برابر صفر قرار داده، ریشه‌ی به دست آمده را به جای متغیر به کار رفته در مقسوم جایگذاری می‌کنیم. حاصل به دست آمده، برابر باقی‌مانده است.

$$\begin{array}{l}
 \text{جایگذاری} \\
 x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \xrightarrow{\text{در مقسوم}} 2 \times (-1)^4 + m \times (-1)^2 + n
 \end{array}$$

$$= 2 + m + n \rightarrow 2 + m + n = -3 \rightarrow m + n = -5$$

$$\begin{array}{l}
 \text{جایگذاری} \\
 x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \xrightarrow{\text{در مقسوم}} 2 \times (2)^4 + m \times (2)^2 + n = 32 + 4m + n
 \end{array}$$

$$\rightarrow 32 + 4m + n = 3 \rightarrow 4m + n = -29$$

حال با حل دستگاه مقابل، m و n را می‌یابیم:

$$\begin{array}{rcl}
 m+n=-5 & \xrightarrow{\times(-1)} & -m-\cancel{x}=5 \\
 4m+n=-29 & \xrightarrow{\quad\quad\quad} & \underline{4m+\cancel{x}=-29} \\
 & & 3m=-24 \rightarrow m=-8
 \end{array}$$

$$m+n=-5 \xrightarrow{m=-8} -8+n=-5 \rightarrow n=+3 \quad m+n=-8+3=-5$$

۲۶. گزینه ۱ نکته: برای به دست آوردن باقیمانده کافی است، مقسوم‌علیه را مساوی صفر قرار داده و ریشه آن را در مقسوم جایگذاری کنیم.

$$\begin{aligned}
 x-2=0 &\Rightarrow x=2 \\
 \Rightarrow 2x^2-5x+a=5 &\Rightarrow 2 \times (2)^2 - 5 \times 2 + a = 5 \\
 \Rightarrow 8-10+a=5 &\Rightarrow a=7
 \end{aligned}$$

۲۷. گزینه ۴ تقسیم را محاسبه کرده و باقیمانده آن را به دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{r}
 2x^3 - 7x^2 + 5 \quad | \quad x^2 - 8 \\
 \underline{2x - 7}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2x^3 - 16x \\
 - \quad \oplus \\
 \hline
 -7x^2 + 16x + 5 \\
 -7x^2 + 56 \\
 \oplus \quad - \\
 \hline
 \end{array}$$

$$16x - 51 \Rightarrow a = 16, b = -51$$

$$\Rightarrow 3a + b = 3 \times 16 - 51 = -3$$

۲۸. گزینه ۲ نکته: در تقسیم $p(x)$ بر $ax + b$ برای به دست آوردن باقیمانده آن ریشه $ax + b$ (یعنی $x = \frac{-b}{a}$) را در $p(x)$ قرار می‌دهیم.

$$\begin{array}{l}
 x(3+x)=0 \quad \begin{cases} \nearrow x=0 \\ \searrow x=-3 \end{cases}
 \end{array}$$

$$P(0) = 2(0) - 5(0) + 4 = 4 = a(0) + b \Rightarrow b = 4$$

$$P(-3) = 2(-3)^2 - 5(-3) + 4 = 2 \times (9) + 15 + 4 = -3a + 4$$

$$\Rightarrow a = -59$$

$$a + b = -59 + 4 = -55$$

۲۹. گزینه ۴

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 5x^2 + 7 \quad | \quad 3x - 6 \\
 x^3 \quad - 2x^2 \quad \quad \quad \frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{3}x + \frac{14}{3} \\
 \hline
 \quad \quad 7x^2 + 7 \\
 \quad \quad 7x^2 - 14x \\
 \hline
 \quad \quad \quad 14x + 7 \\
 \quad \quad \quad 14x - 28 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad 35
 \end{array}$$

۳۰. گزینه ۲ مساحت مثلث برابر است با:

$$\frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2}$$

$$3x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = \frac{(3x - 2) \times \text{ارتفاع}}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین}} 6x^2 - x - 2 = (3x - 2) \times \text{وسطین}$$

$$\rightarrow \text{ارتفاع} = \frac{6x^2 - x - 2}{3x - 2} = 2x + 1$$

$$\begin{array}{r}
 6x^2 \quad - x \quad - 2 \quad | \quad 3x - 2 \\
 -6x^2 \quad \oplus \quad 4x \quad \quad \quad 2x + 1 \rightarrow \text{خارج قسمت این تقسیم برابر ارتفاع مثلث است.} \\
 \hline
 \quad \quad 3x \quad - 2 \\
 \quad \quad -3x \quad - 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \oplus \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

۳۱. گزینه ۲ می‌دانیم ریشهٔ مقسوم‌علیه در مقسوم، برابر باقیمانده است.

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$-(-3)^3 - 12 + 8(-3) = 27 - 12 - 24 = -9$$

۳۲. گزینه ۲ برای مشخص کردن مقادیری که عبارت گویا در آنها تعریف نشده کافی است، ریشه‌های مخرج را به دست آوریم:

$$\frac{x + \sqrt{5}}{(x^6 + 1)(x^4 + 1)(x^2 - 5)}$$

$$x^6 + 1 = 0 \Rightarrow x^6 = -1 \quad \text{امکان پذیر نیست}$$

$$x^4 + 1 = 0 \Rightarrow x^4 = -1 \quad \text{امکان پذیر نیست}$$

$$x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm \sqrt{5}$$

۳۳. گزینه ۱ دو عدد را با متغیرهای x و y در نظر می گیریم، در نتیجه:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

۳۴. گزینه ۴ رابطه صورت سؤال مربوط به کسرهای تلسکوپی است.

$$\frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$$

عبارت بالا را در ۳ ضرب می کنیم:

$$\frac{3}{4 \times 7} + \frac{3}{7 \times 10} + \frac{3}{10 \times 13} + \dots + \frac{3}{(3n-2)(3n+1)}$$

و کسرها را به صورت زیر تفکیک می کنیم:

$$\frac{3}{4 \times 7} = \frac{7-4}{4 \times 7} = \frac{7}{4 \times 7} - \frac{4}{4 \times 7} = \frac{1}{4} - \frac{1}{7}$$

سایر کسر را نیز مانند نمونه تفکیک می کنیم:

$$\frac{3}{4 \times 7} + \frac{3}{7 \times 10} + \frac{3}{10 \times 13} + \dots + \frac{3}{(3n-2)(3n+1)} =$$

$$\frac{1}{4} - \cancel{\frac{1}{7}} + \cancel{\frac{1}{7}} - \cancel{\frac{1}{10}} + \cancel{\frac{1}{10}} - \cancel{\frac{1}{13}} + \dots + \cancel{\frac{1}{3n-2}} - \frac{1}{3n+1} =$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{3n+1}$$

حال عبارت به دست آمده را در $\frac{1}{3}$ ضرب می کنیم:

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3n+1} \right) = \frac{1}{12} - \frac{1}{9n+3} = \frac{5}{64} \Rightarrow \frac{1}{12} - \frac{5}{64} = \frac{1}{9n+3}$$

$$\frac{16-15}{192} = \frac{1}{192} = \frac{1}{9n+3} \Rightarrow 192 = 9n+3 \Rightarrow 9n = 189 \Rightarrow n = 21$$

۳۵. گزینه ۱ نکته: اگر ریشه مقسوم علیه در مقسوم علیه در تجزیه مقسوم وجود دارد.

بررسی گزینه ها:

گزینه ۱: با جایگذاری:

$$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$$

$$(-4)^6 - 14(-4)^4 + 49(4)^2 - 36 = 4096 - 3584 + 784 - 36 = 1260$$

پس $x + ۴$ در تجزیه عبارت وجود ندارد.

گزینه ۲: $x - ۳ = ۰ \Rightarrow x = ۳$

با جایگذاری ۳ داریم:

$$۳^۶ - ۱۴(۳)^۴ + ۴۹(۳)^۲ - ۳۶ = ۷۲۹ - ۱۱۳۴ + ۴۴۱ - ۳۶ = ۰$$

پس عامل $x - ۳$ وجود دارد.

گزینه ۳: $x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲$

با جایگذاری ۲ در عبارت $x^۶ - ۱۴x^۴ + ۴۹x^۲ - ۳۶$ داریم:

$$۲^۶ - ۱۴(۲)^۴ + ۴۹(۲)^۲ - ۳۶ = ۶۴ - ۲۲۴ + ۱۹۶ - ۳۶ = ۰$$

پس عامل $x - ۲$ وجود دارد.

گزینه ۴: $x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -۱$

با جایگذاری -۱ در عبارت $x^۶ - ۱۴x^۴ + ۴۹x^۲ - ۳۶$ داریم:

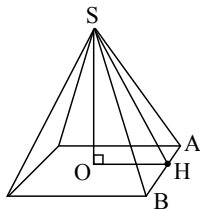
$$(-۱)^۶ - ۱۴(-۱)^۴ + ۴۹(-۱)^۲ - ۳۶ = ۱ - ۱۴ + ۴۹ - ۳۶ = ۰$$

پس عامل $x + ۱$ وجود دارد.

۳۶. گزینه ۳ ابتدا به کمک فاکتورگیری در صورت و مخرج کسر، عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\frac{۴(x^۲ - ۲x - ۳)}{-۲(x - ۳)} = \frac{\cancel{۴} (x - ۳)(x + ۱)}{-1 \cancel{۲} (x - ۳)} = -۲(x + ۱) = -۲x - ۲$$

۳۷. گزینه ۴ ابتدا باتوجه به رابطه فیثاغورس برای مثلث قائم‌الزاویه SAH داریم:



$$\begin{aligned}(AH)^۲ + (SH)^۲ &= (AS)^۲ \\ (AH)^۲ + ۲۵ &= ۳۴ \Rightarrow (AH)^۲ = ۹ \\ \Rightarrow AH &= ۳\end{aligned}$$

چون هرم مربعی و منتظم است، در نتیجه $AH = OH$ حال باتوجه به رابطه فیثاغورس برای مثلث SOH داریم:

$$\begin{aligned}\overline{SO}^۲ + \overline{OH}^۲ &= \overline{SH}^۲ \\ \overline{SO}^۲ + ۳^۲ &= ۵^۲ \Rightarrow \overline{SO}^۲ = ۵^۲ - ۳^۲ = ۱۶ \Rightarrow SO = ۴\end{aligned}$$

همچنین ضلع مربع AB دو برابر AH است. پس:

$$AB = ۲ \times AH = ۲ \times ۳ = ۶$$

حال حجم هرم را به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \times ۶ \times ۶ \times ۴ = ۴۸$$

۳۸. گزینه ۲

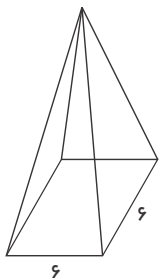
باتوجه به اینکه مساحت کل هرم منتظم با قاعده مربع از مساحت یک مربع و چهار مثلث

متساوی‌الساقین تشکیل شده است، پس:

مساحت کل هرم منتظم با قاعده مربع = مساحت قاعده مربع + ۴ × مساحت مثلث‌ها

$$۹۶ = ۶ \times ۶ + ۴S \Rightarrow ۹۶ - ۳۶ = ۴S \Rightarrow ۶۰ = ۴S \Rightarrow S = ۱۵$$

مساحت مثلث



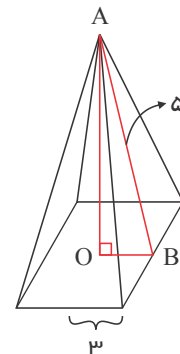
مساحت یک مثلث برابر ۱۵، حال ارتفاع مثلث وجه جانبی را به دست می‌آوریم.

$$\text{مساحت} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{۲} = \frac{۶h}{۲} = ۱۵ \Rightarrow h = ۵$$

حال برای مثلث قائم‌الزاویه AOB داریم:

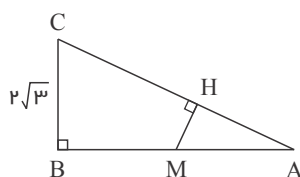
$$\begin{aligned} AO^2 + OB^2 &= AB^2 \\ \Rightarrow AO^2 + ۳^2 &= ۲۵ \\ \Rightarrow AO^2 &= ۱۶ \Rightarrow AO = ۴ \end{aligned}$$

AO در واقع ارتفاع هرم است.



۳۹. گزینه ۳ ابتدا نسبت تشابه را برای اضلاع متناظر دو مثلث ABC و AHM می‌نویسیم:

$$\frac{AM}{AC} = \frac{HM}{BC} = \frac{AH}{AB}$$



مقدار AC را از رابطه فیثاغورس برای مثلث ABC به دست می‌آوریم:

$$BC^2 + AB^2 = AC^2 \Rightarrow (2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{27})^2 = AC^2$$

$$\Rightarrow ۱۲ + ۲۷ = AC^2 \Rightarrow AC^2 = ۳۹ \Rightarrow AC = \sqrt{۳۹}$$

همچنین از اینکه $AB = \sqrt{۲۷}$ و $AM = \frac{1}{3}AB$ داریم:

$$AM = \frac{1}{3}AB \Rightarrow AM = \frac{1}{3}\sqrt{۲۷} = \frac{1}{3} \times ۳\sqrt{۳} = \sqrt{۳}$$

حال باتوجه به رابطه:

$$\frac{AM}{AC} = \frac{HM}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳۹}} = \frac{HM}{2\sqrt{۳}}$$

$$\sqrt{۳۹}HM = (\sqrt{۳})(2\sqrt{۳}) \Rightarrow HM = \frac{۶}{\sqrt{۳۹}}$$

مخرج $\frac{۶}{\sqrt{۳۹}}$ را گویا می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{۶}}{\sqrt{۳۹}} \times \frac{\sqrt{۳۹}}{\sqrt{۳۹}} = \frac{۶\sqrt{۳۹}}{۳۹} = \frac{۲\sqrt{۳۹}}{۱۳}$$

۴۰. گزینه ۳ نکته: اگر دستگاهی به فرم $\begin{cases} ax + bx = c \\ a'x + b'x = c' \end{cases}$ داشته باشیم آنگاه:

$$(۱) \quad \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \quad \text{دستگاه جواب دارد (دو خط متقاطع‌اند).}$$

(۲) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ دستگاه جواب ندارد (دو خط موازی اند).

(۳) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ دستگاه بی‌شمار جواب دارد (دو خط منطبق اند).
طبق نکته بالا داریم:

$$\frac{1}{m} = \frac{m}{9} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} m^2 = 9 \rightarrow m = \pm 3$$

۴۱. گزینه ۴ ابتدا باید مساحت شکل‌ها را بررسی کنیم و در بین گزینه‌ها تنها مساحت مربع برابر با $a^2 + b^2 + 2ab$ می‌شود.

a	b
S_1	S_2
S_3	S_4

$$S_1 = ab$$

$$S_2 = b \times b = b^2$$

$$S_3 = a \times a = a^2$$

$$S_4 = ab$$

$$\text{مجموع مساحت‌ها} = a^2 + b^2 + ab + ab = a^2 + b^2 + 2ab$$

۴۲. گزینه ۲ ابتدا با استفاده از اتحادها، عبارت‌ها را تجزیه می‌کنیم تا به ساده‌ترین صورت بنویسیم:

$$\frac{\cancel{a^2} \cancel{b^2}}{(a-1)^2} \times \frac{(1-a)(1+a)(\cancel{a+1})(\cancel{a+2})}{\cancel{b^3} \cancel{a^2} (\cancel{a+1})(\cancel{a+2})} = \frac{(1-a)(1+a)}{b(a-1)^2}$$

از ۱- در عبارت $a \neq 1$ فاکتور می‌گیریم:

$$\frac{-(\cancel{a+1})(1+a)}{b(\cancel{a+1})^2} = \frac{-(a+1)}{b(a-1)}$$

۴۳. گزینه ۱ می‌دانیم عبارت‌های گویا به ازای ریشه‌های مخرج تعریف نشده‌اند. برای به دست آوردن ریشه‌های مخرج، عبارت مورد نظر را نباید ساده کنیم.

$$\frac{5x-3}{x^2-4} \div \frac{3x-6}{2x-8} = \frac{5x-3}{x^2-4} \cdot \frac{2x-8}{3x-6}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 2 \\ 2x - 8 \neq 0 \Rightarrow x \neq 4 \\ \frac{3x-6}{2x-8} \neq 0 \Rightarrow 3x-6 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \end{cases} \Rightarrow x \neq \pm 2, 4$$

۴۴. گزینه ۲ نکته ۱: هر عبارت گویا کسری است که صورت و مخرج آن چندجمله‌ای باشد.

نکته ۲: اگر چندجمله‌ای دارای متغیر داخل قدر مطلق یا زیر رادیکال باشد، عبارت گویا نیست.

باتوجه به نکات بالا، فقط $3 + x^{-3} = 3 + \frac{1}{x^3}$ و $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ عبارت گویا هستند. پس گزینه ۲ درست است.

۴۵. گزینه ۲ نکته (اتحاد مربع دو جمله‌ای):

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$A = \frac{687^2 + 13^2 + 26 \times 687}{943^2 + 43^2 - 86 \times 943} = \frac{687^2 + 13^2 \times 2 \times 13 \times 687}{943^2 + 43^2 - 2 \times 43 \times 943} = \frac{(687 + 13)^2}{(943 - 43)^2} = \frac{700^2}{900^2}$$

$$= \frac{490000}{810000} = \frac{49}{81}$$

۴۶. گزینه ۱ نکته: $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$, $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$

$$A = \frac{\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{60}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{18 \times 60}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{\frac{18 \times 60}{5}} = \sqrt[3]{18 \times 12} = \sqrt[3]{2 \times 3^2 \times 2^2 \times 3}$$

$$= \sqrt[3]{2^3 \times 3^3} = 2 \times 3 = 6$$

۴۷. گزینه ۳ باید به دنبال عبارتی بگردیم که مخرج آن به ازای $x = 0$ و $x = 1$ ، صفر شود. تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم. یعنی مخرج آن‌ها را برابر صفر قرار می‌دهیم تا ببینیم به ازای چه مقادیری از x ، مخرج آن‌ها صفر می‌شود.

$$\text{گزینه ۱: } x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{یا} \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۲: } x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{گزینه ۳: } x - x^2 = 0 \Rightarrow x(1-x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{یا} \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۴: } x^3 = 0 \Rightarrow x = 0$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ درست است.

۴۸. گزینه ۳ نکته: برای ساده کردن یک عبارت گویا ابتدا صورت و مخرج را تا حد امکان تجزیه می‌کنیم، سپس عامل‌های مشترک صورت و مخرج را با هم ساده می‌کنیم. باتوجه به نکته، تنها گزینه ۳ قابل ساده شدن است و سایر گزینه‌ها ساده نمی‌شوند:

$$\frac{a^3 - \sqrt{2}a}{a} = \frac{\cancel{a}(a^2 - \sqrt{2})}{\cancel{a}} = a^2 - \sqrt{2}$$

۴۹. گزینه ۳ برای به دست آوردن محیط نیاز به طول هر ۳ ضلع داریم، بنابراین ابتدا باید طول وتر را به دست آوریم. اگر طول وتر را c در نظر بگیریم، به کمک رابطه فیثاغورس داریم:

$$\left(\frac{2\sqrt{x}}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 = c^2 \Rightarrow \frac{4x}{(x+1)^2} + \frac{x^2 - 2x + 1}{(x+1)^2} = c^2$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 2x + 1}{(x+1)^2} = c^2 \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{(x+1)^2} = c^2 \Rightarrow c^2 = 1 \Rightarrow c = \pm 1$$

دقت داریم که چون طول ضلع نمی‌تواند منفی باشد، پس مقدار $c = -1$ قابل قبول نیست.
بنابراین محیط این مثلث برابر است با:

$$\frac{2\sqrt{x}}{x+1} + \frac{x-1}{x+1} + 1 = \frac{2\sqrt{x} + x - 1 + x + 1}{x+1} = \frac{2\sqrt{x} + 2x}{x+1}$$

۵۰. گزینه ۲ راه حل اول:

باتوجه به صورت و مخرج کسر اول، می‌بینیم که تجزیه کردن آن‌ها به سادگی امکان‌پذیر نیست، بنابراین از تساوی دو کسر استفاده می‌کنیم.

دقت کنید که صورت کسر اول از درجه ۳ و صورت کسر دوم از درجه ۱ است، پس باید صورت کسر اول بر عبارتی تقسیم شده باشد تا تبدیل به $x - 2$ شود.
برای پیدا کردن این عبارت داریم:

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 3x - 14 \quad | \quad x - 2 \\ \underline{\pm x^3 \pm 2x^2} \\ 5x^2 - 3x - 14 \\ \underline{\mp 5x^2 \mp 10x} \\ 7x - 14 \\ \underline{\mp 7x \pm 14} \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

باتوجه به مساوی بودن دو کسر، اکنون برای یافتن مخرج کسر دوم باید مخرج کسر اول را بر $x^2 + 5x + 7$ تقسیم کنیم.

$$\square = 14 + 10x + 2x^2 \div (x^2 + 5x + 7) \Rightarrow \square = \frac{2(\cancel{7 + 5x + x^2})}{\cancel{x^2 + 5x + 7}} = 2$$

راه حل دوم:

$$\square = \frac{(x-2)(14 + 10x + 2x^2)}{x^3 - 3x^2 - 3x - 14}$$

$$\square = \frac{14x + 10x^2 + 2x^3 - 28 - 20x - 4x^2}{x^3 + 3x^2 - 3x - 14} = \frac{2x^3 + 6x^2 - 6x - 28}{x^3 + 3x^2 - 3x - 14}$$

$$= \frac{2(\cancel{x^3 + 3x^2 - 3x - 14})}{\cancel{x^3 + 3x^2 - 3x - 14}} = 2$$

پس گزینه ۲ درست است.

پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۱۰۸۷۰۱۹

۱ -۵	۳ -۴	۴ -۳	۴ -۲	۳ -۱
۴ -۱۰	۴ -۹	۳ -۸	۱ -۷	۴ -۶
۱ -۱۵	۱ -۱۴	۴ -۱۳	۴ -۱۲	۳ -۱۱
۳ -۲۰	۱ -۱۹	۴ -۱۸	۱ -۱۷	۱ -۱۶
۱ -۲۵	۴ -۲۴	۴ -۲۳	۴ -۲۲	۱ -۲۱
۲ -۳۰	۴ -۲۹	۲ -۲۸	۴ -۲۷	۱ -۲۶
۱ -۳۵	۴ -۳۴	۱ -۳۳	۲ -۳۲	۲ -۳۱
۳ -۴۰	۳ -۳۹	۲ -۳۸	۴ -۳۷	۳ -۳۶
۲ -۴۵	۲ -۴۴	۱ -۴۳	۲ -۴۲	۴ -۴۱
۲ -۵۰	۳ -۴۹	۳ -۴۸	۳ -۴۷	۱ -۴۶