

به نام خداوند جان و خرد
نمونه سوالات فصل اول ریاضی نهم

(۱) مجموعه‌های زیر را که با بیان خاصیتی معین، مشخص شده‌اند با گزاره‌نما نشان دهید.
الف) مجموعه اعداد گویا مثبت

ب) مجموعه اعداد صحیح که مربعشان بزرگتر از ۲۵ نباشد.

پ) مجموعه اعداد صحیح بین ۲- و ۲

(۲) مجموعه‌های زیر را که با گزاره‌نما نوشته شده‌اند با نوشتن اعضا نشان دهید.

الف) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$

ب) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 25\}$

پ) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 1 = 0\}$

(۳) هر یک از مجموعه‌های زیر را با استفاده از گزاره‌نما بنویسید.

الف) $A = \{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$

ب) $B = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$

پ) $C = \{0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots\}$

(۴) نشان دهید که مجموعه حروف لازم برای هجی کردن "بینابین" با مجموعه حروف لازم برای هجی کردن "بیان" مساوی است.

(۵) چه شرایطی بین a, b, c, d وجود داشته باشد تا تساوی زیر برقرار باشد؟

$$\{\{a\}, \{a, b\}\} = \{\{c\}, \{c, d\}\}$$

(۶) تمام زیرمجموعه‌های $\{-1, 0, 1\}$ را بنویسید.

(۷) تمام زیرمجموعه‌های $\{3, \{1, 4\}\}$ را بنویسید.

(۸) از گزاره‌های زیر کدامیک درست و کدامیک نادرست است؟

الف) $\emptyset = \{\emptyset\}$

ب) $\emptyset \in \{\emptyset\}$

پ) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$

ت) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

(۹) تعیین کنید که در مجموعه‌های زیر، کدام مجموعه زیرمجموعه دیگری است؟

$$A = \{m \in \mathbb{Z} \mid m < 8\}$$

$$B = \{2, 4, 6\}$$

$$C = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$D = \{6\}$$

(۱۰) تعیین کنید کدام یک از گزاره‌های زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف) $x \in \{\{x\}, \{x, y\}\}$

ب) $\{x\} \subseteq \{\{x\}, \{x, y\}\}$

پ) $\{1, x, 2\} \subseteq \{1, 2, x\}$

ت) $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$

ث) $\{x\} \in \{x\}$

۱۱) اگر $A = \{1, 2, 3, \{1, 2, 3\}\}$ و $B = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ مطلوب است $A \cup B$ ، $A \cap B$ ، $A - B$ و $B - A$.

۱۲) در هر یک از موارد زیر به جای S یکی از مجموعه‌های $\mathbb{N}$ یا $\mathbb{Z}$ را چنان جایگزین کنید تا تساوی درستی حاصل شود.

الف) $\{x \in S \mid x^3 = 5\} = \{\}$

ب) $\{x \in S \mid -1 \leq x \leq 1\} = \{1\}$

پ) $\{x \in S \mid 1 < x \leq 4\} = \{x \in S \mid x^2 = 4\} \cup \{3, 4\}$

۱۳) هر یک از ارقام ۱ تا ۹ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها یکی را به تصادف بر می‌داریم. مطلوب است

تعیین

الف) فضای نمونه

ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت کوچکتر از ۶ باشد.

پ) پیشامد B که در آن عدد روی کارت، عددی اول باشد.

ت) پیشامد C که در آن عدد روی کارت بزرگتر از ۶ باشد.

۱۴) در ریختن یک تاس سالم، احتمال آمدن عدد ۴ چقدر است؟

۱۵) دو سکه سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال وقوع پدیده‌های زیر را محاسبه کنید.

الف) هر سکه به پشت بیفتد.

ب) یکی از دو سکه به پشت و دیگری به رو بیفتد.

پ) حداقل یکی از سکه‌ها به پشت بیفتد.

۱۶) در ریختن یک جفت تاس قرمز و سبز، احتمال اینکه مجموع اعداد ظاهر شده برابر ۷ باشد را محاسبه کنید.

۱۷) تمام ترکیبات دو رقمی مجموعه اعداد $\{1, 2, 3\}$ را روی کارت‌های مختلف نوشته (هر ترکیب روی یک کارت-بدون تکرار ارقام) و پس از مخلوط کردن کارت‌ها، یک کارت را به طور تصادفی بر می‌داریم. احتمال آن که روی این کارت عدد ۲ باشد چقدر است؟

۱۸) از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ ، عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عدد انتخاب شده بر ۳ بخش‌پذیر باشد، چقدر است؟

۱۹) یک تاس و یک سکه با هم انداخته می‌شوند، مطلوب است:

الف) احتمال آن که تاس عدد زوج و سکه رو بیاید.

ب) احتمال آن که تاس عدد زوج یا سکه رو بیاید.

۲۰) یک جفت تاس مخصوص داریم که در هر کدام از آن‌ها به جای ارقام ۱ تا ۶ دو عدد ۱، دو عدد ۲، و دو عدد ۳ نمایش داده شده است. این دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال وقوع مجموع‌های زیر را پیدا کنید.

الف) ۵ (ب) عددی فرد

پاسخ تشریحی:

(۱)

الف $\{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0\}$

ب $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 25\}$

پ $\{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 2\}$

(۲)

الف $A = \{1, 2, 3, 4\}$

ب $B = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5\}$

پ $C = \{\} = \emptyset$

(۳)

الف $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$

ب $B = \{2x \mid x \in \mathbb{N}\}$

پ $C = \{\frac{x-1}{x} \mid x \in \mathbb{N}\}$

(۴) جواب هر دو مجموعه $\{ب، ی، ا، ن\}$ است.

(۵)

$$\{a\} = \{c\} \Rightarrow a = c$$

$$\{a, b\} = \{c, d\} \Rightarrow b = d$$

(۶)

$$\emptyset, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}, \{-1, 0, 1\}$$

(۷)

$$\emptyset, \{3\}, \{\{1, 4\}\}, \{3, \{1, 4\}\}$$

(۸)

الف) نادرست،

ب) درست. زیرا یک مجموعه تک عضوی است که تنها عضو آن مجموعه تهی است.

پ) درست. زیرا تهی زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است.

ت) درست

(۹)

$$A = \{7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, \dots\} \rightarrow B \subset A, D \subset A$$

$$B \subset C, D \subset C.$$

(۱۰)

الف) نادرست، ب) نادرست، پ) درست، ت) درست، ث) نادرست

(۱۱)

$$A \cup B = \{1, 2, 3, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$$

$$A \cap B = \{1, 2\}$$

$$A - B = \{3, \{1, 2, 3\}\}$$

$$B - A = \{\{1, 2\}\}$$

(۱۲)

پ) $\mathbb{N}$

ب) $\mathbb{N}$

الف) $\mathbb{Z}$ یا $\mathbb{N}$

(۱۳)

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \text{ الف}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ ب)}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7\} \text{ پ)}$$

$$C = \{7, 8, 9\} \text{ ت)}$$

(۱۴) فضای نمونه آزمایش عبارت است از

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

احتمال ظاهر شدن عدد ۴ یا به عبارت دیگر احتمال وقوع پیشامد $A = \{4\}$ عبارت است از

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

(۱۵) برای رو آمدن سکه از نماد ۲ و برای پشت آمدن سکه از نماد p استفاده می‌کنیم. فضای نمونه‌ای عبارت است از

$$S = \{(r, r), (p, r), (r, p), (p, p)\}$$

الف) پیشامد وقوع دو سکه به پشت زیر مجموعه $A = \{(p, p)\}$ از S است، پس

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$

ب) پیشامد این که یکی از دو سکه به پشت و دیگری به رو بیفتد، زیرمجموعه $B = \{(r, p), (p, r)\}$ از S می‌باشد، در نتیجه

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

پ) پیشامد این که حداقل یک سکه به پشت بیفتد زیر مجموعه C از S است که $C = \{(p, p), (r, p), (p, r)\}$ ، زیرا کافی است

یکی از سکه‌ها به پشت بیفتد یا هر دو سکه به پشت بیفتند. پس

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{3}{4}$$

(۱۶) توجه کنید سوال در رابطه با عدد روی تاس است پس رنگ تاس تاثیری در حل ندارد و فقط اعداد ظاهر شده مد نظر است.

در این سوال فضای نمونه دارای ۳۶ عضو است.

$$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), \dots, (4, 6), (5, 6), (6, 6)\}$$

پیشامد مورد نظر عبارت است از

$$A = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\}$$

پس

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

۱۷) فضای نمونه آزمایش مورد نظر عبارت است از

$$S = \{12, 13, 21, 23, 31, 32\}$$

و پیشامد مطلوب، زیرمجموعه $A = \{12, 21, 23, 32\}$ از فضای نمونه است. در نتیجه احتمال آن برابر است با

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

۱۸) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی شامل هزار عضو است. پس $n(S) = 1000$. فرض می‌کنیم A مجموعه همه اعدادی باشد که بین ۱ تا ۱۰۰۰ هستند و بر ۳ نیز بخشپذیرند، پس

$$A = \{3m : 1 \leq m \leq 333\}$$

و $n(A) = 333$. در نتیجه احتمال این که عدد انتخابی بر ۳ بخش‌پذیر باشد برابر با $\frac{333}{1000}$ است.

۱۹) برای رو آمدن سکه از نماد ۲ و برای پشت آمدن سکه از نماد p استفاده می‌کنیم. فضای نمونه‌ای عبارت است از

$$S = \{(1, r), (2, r), \dots, (6, r), (1, p), (2, p), \dots, (6, p)\}$$

پس $n(S) = 12$.

الف) پیشامد این که تاس عدد زوج و سکه رو بیاید، زیرمجموعه $A = \{(2, r), (4, r), (6, r)\}$ از S می‌باشد، در نتیجه

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

ب) پیشامد این که تاس عدد زوج یا سکه رو بیاید، زیرمجموعه

$$B = \{(1, r), (2, r), (3, r), (4, r), (5, r), (6, r), (2, p), (4, p), (6, p)\}$$

از S می‌باشد، در نتیجه

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

۲۰) فضای نمونه‌ای عبارت است از

$$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$$

الف) پیشامد اینکه مجموع دو عدد ظاهر شده برابر با ۵ باشد، به صورت زیرمجموعه $A = \{(2, 3), (3, 2)\}$ از S است، پس

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{9}$$

ب) پیشامد اینکه مجموع دو عدد ظاهر شده عددی فرد باشد، به صورت زیرمجموعه

$$B = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2)\}$$

از S است، پس

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{9}.$$